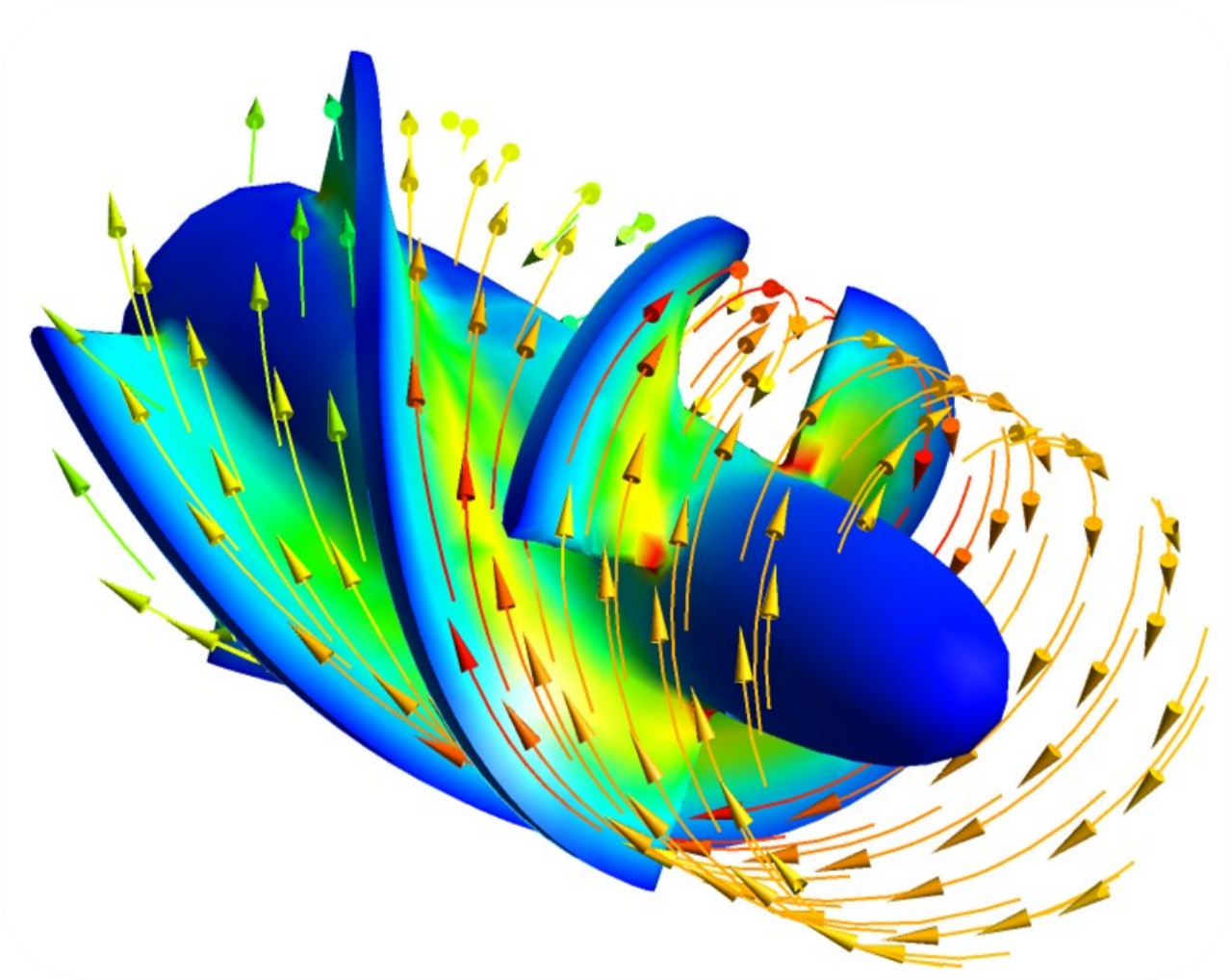


Travaux pratiques

MECANIQUE DES FLUIDES NUMERIQUE (CFD)

Auteurs

Dr. Mohamed AKSOUH

Prof. Amina MATAOUI

Laboratoire de Mécanique des Fluides Théorique et Appliquée-LMFTA
Département Énergétique et Mécanique des Fluides
Faculté de Physique- USTHB

Version.1.0

MECANIQUE DES FLUIDES NUMERIQUE

Ce document est destiné particulièrement aux étudiants de master (M1 et M2) en Dynamique des Fluides et Energétique (DFE) du département Energétique et Mécanique des Fluides (EMF) de la faculté de physique-USTHB. Cependant, le document peut être facilement utilisé par d'autres étudiants ou des chercheurs qui souhaiteraient s'initier au calcul par CFD. Pour la mécanique des fluides numérique (CFD), plusieurs logiciels commerciaux ou open-source sont destinés aussi bien pour la recherche scientifique que pour l'engineering (http://www.berkeley.ansys.com/cfd/CFD_codes.html/). Dans le cadre du master DFE, les étudiants s'initieront à la CFD à travers un logiciel commercial Fluent/Ansys®, dont le laboratoire de mécanique des fluides théorique et appliquée (LMFTA) dispose de licence. Le document comprend quatre parties principales:

1- Dans la première partie, on présentera le principe de la simulation numérique et ses applications dans le domaine de la recherche scientifique et industriel.

2- Un exemple de validation d'une étude numérique fera l'objet de la deuxième partie. Pour différents maillages, les résultats numériques sont comparés à une solution analytique exacte dans le cas d'un écoulement de Poiseuille.

3- Les projets de TP du master M1-DFE (S2) seront présentés dans la troisième partie. Ces TP seront consacrés au logiciel Gambit®.

TP.1-1	Initiation à Gambit: a. Configurations 2D
TP.1-2	Initiation à Gambit: b. Configurations 3D
TP.1-3	Maillage 2D (Structuré/Non-structuré) et types de conditions aux limites
TP.1-4	Maillage (Structuré/Non-structuré) des configurations curvilignes
TP.1-5	Maillage 3D (Structuré/Non-structuré)

4- Concernant le programme du S3 pour le master M2-DFE, les objectifs des TP seront principalement axés sur la partie simulation et post-traitement en CFD pour différents problèmes physiques :

TP.2-1	Initiation à la simulation numérique : Test de maillage
TP.2-2	Ecoulement d'un fluide incompressible autour d'un cylindre chauffé : Ecoulement de stokes (Re=1) **(1ère Séance)**
TP.2-3	Ecoulement d'un fluide incompressible autour d'un cylindre chauffé : écoulement tourbillonnaire (Re=26, 195) **(2ème Séance)**
TP.2-4	Ecoulement turbulent instationnaire 3D
TP.2-5	Ecoulement de convection naturelle à l'intérieur d'une cavité carrée soumise à des conditions aux limites variables. (UDF- User Defined Function)

Table des matières

I. **Principes de la Mécanique des Fluides Numérique** 3

1. Principes de la CFD 5
2. Maillage 7
3. Méthode des volumes finis 11

II. **Modélisation et simulation numérique d'un écoulement de Poiseuille** 14

1. Solution analytique 16
2. Simulation numérique 18
   a. Prè-simulation 18
   - Maillage 18
   - Type de Fluide 19
   - Conditions aux limites 19

   b. Simulation 20
3. Validation de la prédiction numérique 20

III. **Travaux Pratiques CFD 1 : Géométrie et maillage** 23

TP.1-1 : Initiation au maillage a. Configurations 2D 24

TP.1-2 : Initiation au maillage b. Configurations 3D 25

TP.1-3 : Maillage et conditions aux limites 26

TP.1-4 : Configurations curvilignes 27

TP.1-5: Maillage 3D 28

IV. **Travaux Pratiques CFD 2 :** Simulation Numériques en Mécanique des Fluides 29

TP.2-1: Initiation à la simulation numérique : Test de maillage 30

TP.2-2 : Ecoulement d'un fluide incompressible à travers un cylindre chauffé : Ecoulement de stokes (Re=1) 32

TP.2-2 : Ecoulement d'un fluide incompressible à travers un cylindre chauffé : Ecoulement de stokes (Re=1) 32

TP.2-3 : Ecoulement d'un fluide incompressible à travers un cylindre chauffé : écoulement tourbillonnaire (Re=26, 195) 32

TP.2-4 : Ecoulement turbulent instationnaire 3D 34

TP.2-5 : Ecoulement de convection naturelle à l'intérieur d'une cavité carrée soumise à des conditions aux limites variables. (UDF- User Defined Function) 35

Annexe 1 : Maillage quadratique d'une conduite axisymétrique 36

Annexe 2 : Simulation numérique de l'écoulement de Poiseuille d'un fluide newtonien incompressible 40

Références Bibliographiques: 44

I. Principes de la Mécanique des Fluides Numérique

Aussi bien dans la nature (Climat, atmosphère, astrophysique, marées, vagues, …), qu'en industrie (Hydrocarbures, stations électriques, stations nucléaires, …), qu'en énergie nouvelles et renouvelables (Hydrodynamique, éolienne, solaire,…), qu'en aérodynamique (Aérospatiale, aéronautique, …), qu'en biomédical (Ecoulements sanguin, produits pharmaceutiques, …) , qu'en confort thermique (Ventilation, chauffage, isolation, …) et qu'en génie civil et environnement (Dissipation des polluants, barrages, vents sur bâtiments…), la mécanique des fluides est la principale branche de la physique qui contribue à la modélisation de tous ces phénomènes physiques.

Dans la majorité des cas, ces phénomènes physiques sont très complexes et chaotiques, et leurs équations de transport sont des équations différentielles fortement non-linéaires et couplées à d'autres équations (Magnétohydrodynamiques, Turbulence, Milieux poreux,…). Et à l'heure actuelle, ces équations sont pratiquement impossibles à résoudre analytiquement.

Le principe de simulation numérique en mécanique des fluides, ou la CFD (Computational Fluid Dynamics), est de résoudre les équations différentielles par différentes méthodes numériques (Différences finis, volumes finis, éléments finis, méthodes spectrales). La résolution numérique a pour but de transformer un modèle physique continu en un modèle mathématique discret qui sera résolu par un programme informatique.

Sachant que la CFD a vu le jour depuis plus d'un demi-siècle dans le domaine de l'aéronautique, elle est devenue un outil incontournable dans le domaine de la recherche scientifique et notamment dans l'industrie. Elle est dédiée principalement à la mécanique des fluides couplée à d'autres phénomènes physique: laminaire/turbulent, transfert de chaleur/isotherme, convection/radiation, monophasique/poly-phasique/particules solides, combustion/réaction chimique, magnétohydrodynamique…. De même, la CFD est appliquée dans plusieurs domaines de la physique: engineering spatiale, aérodynamique, biomédical, engineering chimique, civil and environnement, sport, confort thermique…

Cependant, la CFD ne consiste pas seulement à exécuter un code ou un logiciel de calcul pour résoudre numériquement un problème mathématique, elle doit être utilisée avec beaucoup de précaution en combinant les équations de conservation de la mécanique des fluides afin de modéliser le problème physique d'une part, et de valider, d'analyser et d'interpréter les résultats physiques obtenus d'autre part. En effet, si le maillage n'est pas généré correctement, si les conditions aux limites ou les paramètres de l'écoulement sont incorrectement imposés, si les modèles physiques ne reflètent pas le phénomène physique considéré, les résultats seront complètement erronés.

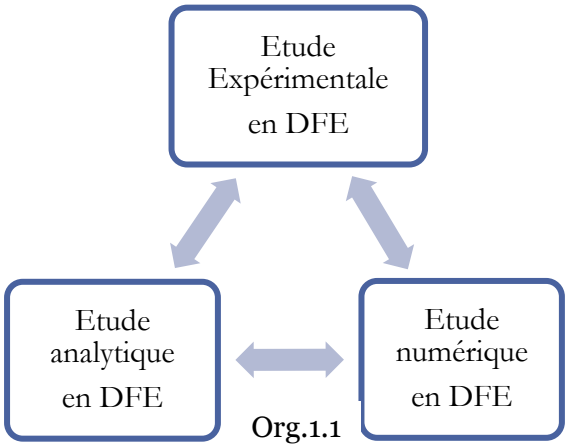
1. Principes de la CFD

En dynamique des fluides et en énergétique, l'étude d'un problème physique peut être effectuée principalement par trois méthodes (Org.1.1):

1- Etudes expérimentales

2- Etudes analytiques

3- Simulations numériques.

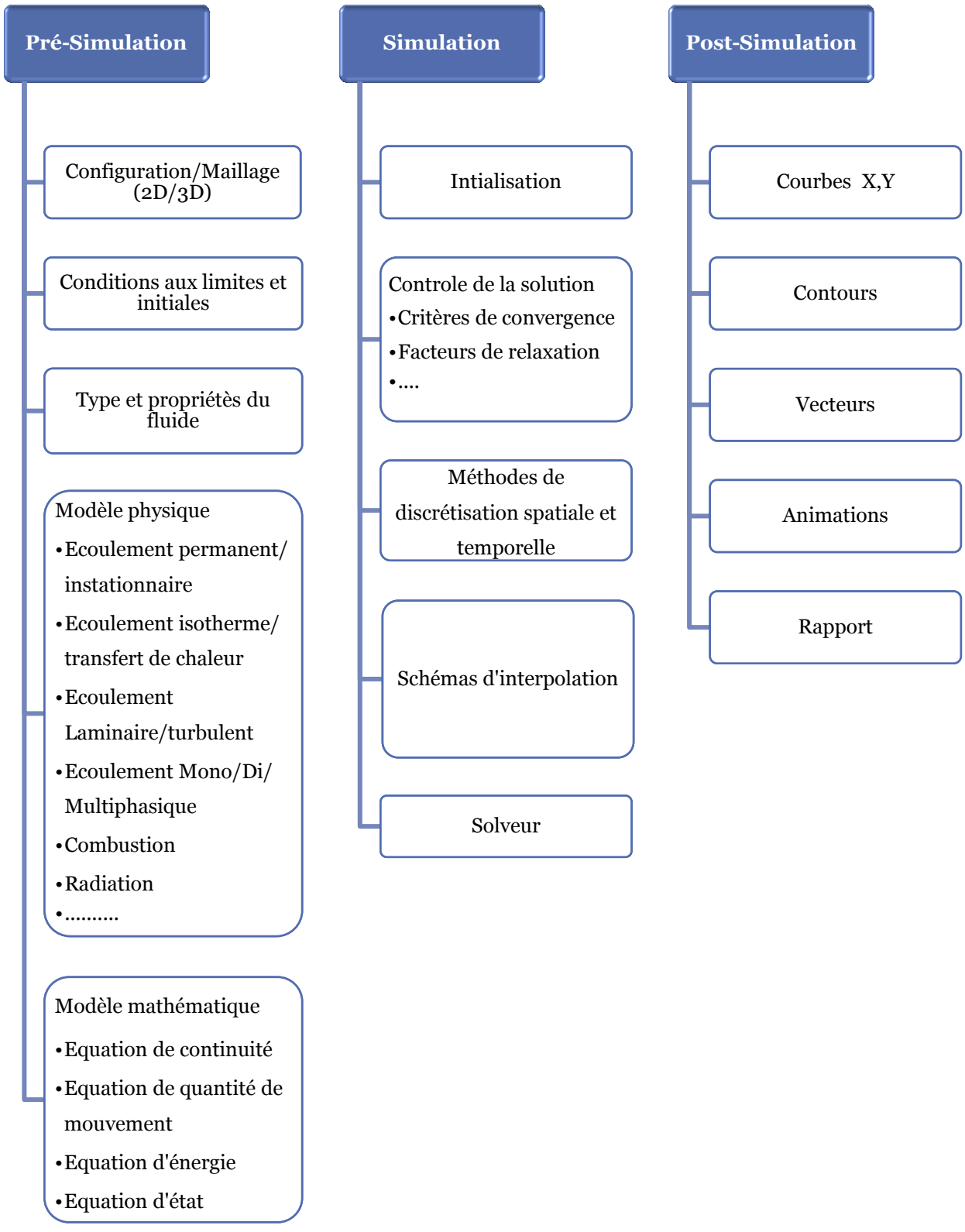


Org.1.1

Initialement, l'explication des phénomènes physiques s'effectuait par des méthodes expérimentales, suivis par des études analytiques. Avec le développement des ordinateurs depuis ces dernières années, la simulation numérique a été développée d'une manière significative et elle a vu son cercle s'élargir dans plusieurs domaines de la recherche. Malgré que la méthode expérimentale demeure la méthode la plus directe et fiable, il est très difficile de réaliser tous les montages expérimentaux, aussi bien sur le paramètre cout que sur leur faisabilité. Toutefois, ces différentes méthodes d'études sont souvent combinées pour étudier un problème physique : la prédiction numérique est validée par une étude expérimentale ou une solution analytique, et des simulations numériques élargies sont présentées pour d'autres cas si les études expérimentales ou analytiques sont irréalisables. A titre d'exemple, en aérodynamique [2] les ingénieurs mesurent expérimentalement les valeurs globales d'un écoulement dans une soufflerie (la portance, la trainée, la perte de charge,...), et utilisent parallèlement la CFD pour déterminer en détail les autres grandeurs locales de l'écoulement (Profils de vitesse et de pression, valeurs fluctuantes, contraintes de cisaillement le long des parois, fonctions de courant....). De même, la base de données expérimentales peut être utilisée pour valider les modèles physiques (Turbulence, diphasique...) et les méthodes numériques (Schémas de discrétisation spatiale et temporelle, couplage vitesse-pression,...).

Un calcul par CFD peut être effectué à partir d'un certain nombre d'étapes et de procédures complémentaires et nécessaires. Les trois étapes essentielles à toute simulation numérique sont (Org.1.2.) [1,3,8] :

- La pré-simulation (Pre-processing)
- La simulation (Processing)
- La post-simulation (Post processing)



Org.1.2. Principales étapes de la CFD

2. Maillage

Une simulation numérique est appropriée si le maillage choisi est optimal avec une répartition adéquate des cellules à l'intérieur du domaine de calcul. Certainement, il reste à définir les conditions aux limites adéquates et les modèles physiques régissant le problème considéré. C'est dans ce contexte que nous proposons aux étudiants du master DFE une formation élargie sur le concept maillage et les différentes formes de configuration (2-D/3-D, structuré/non-structuré, uniforme/non uniforme,….).

Le maillage a pour principe de subdiviser le domaine de calcul en plusieurs petits éléments appelés cellules (Fig.1.1). Chaque cellule représente un volume de contrôle dans lequel les équations de conservation discrétisées sont résolues. Bien entendu, ce principe de résolution est celui de la méthode des volumes finis. Ces cellules ont une forme surfacique pour des configurations bidimensionnelles (2-D) et une forme volumique dans le cas tridimensionnel (3-D) (Fig.1.). Concernant les conditions aux limites, en 2-D elles sont représentées par des segments (*Edges*), tandis qu'en 3-D elles sont représentées par des surfaces (F*aces*). Dans notre cas, leurs identifications (node, face, cell,..) sont très importantes pour pouvoir les utiliser dans les UDF (User Defined Functions) (TP.2.5-CFD2).

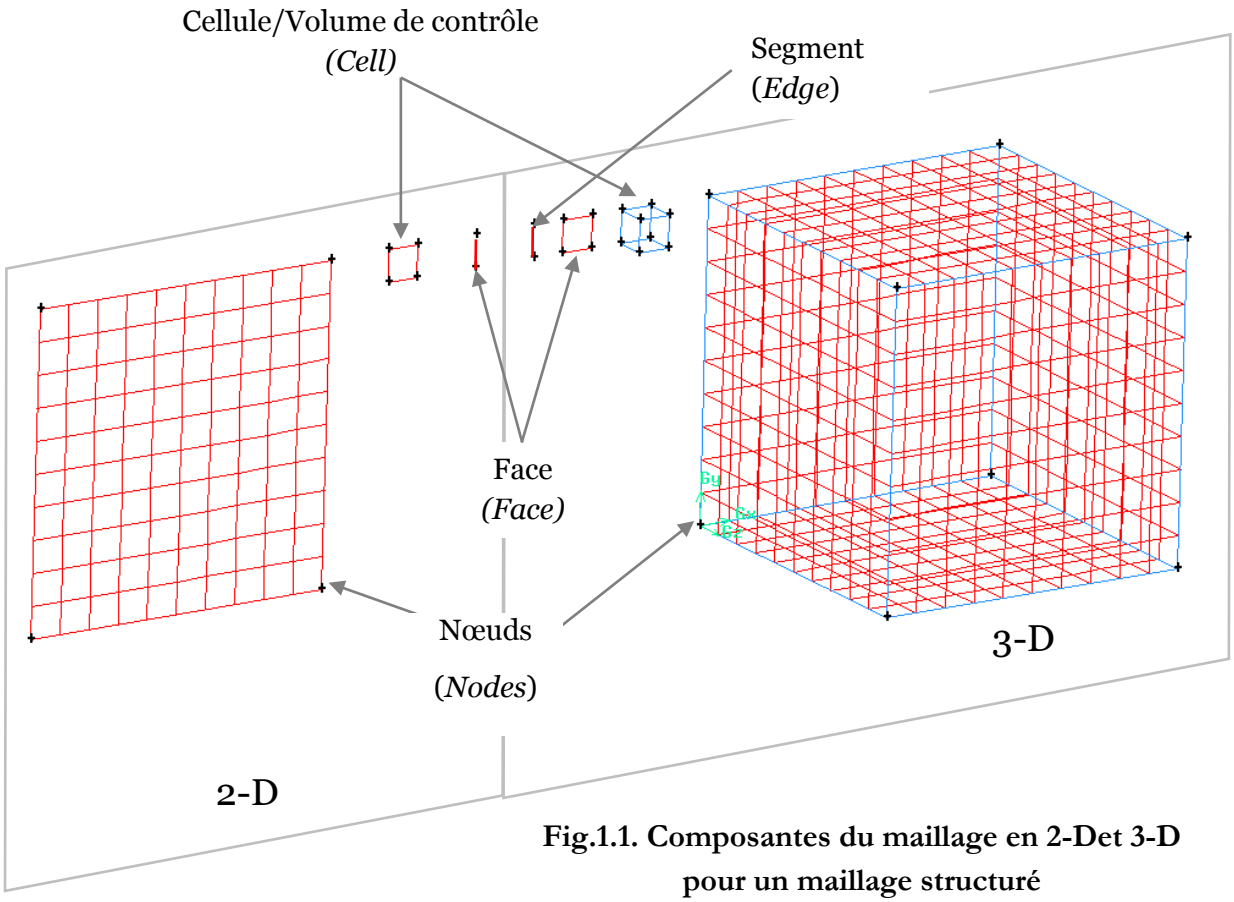


Fig.1.1. Composantes du maillage en 2-Det 3-D pour un maillage structuré

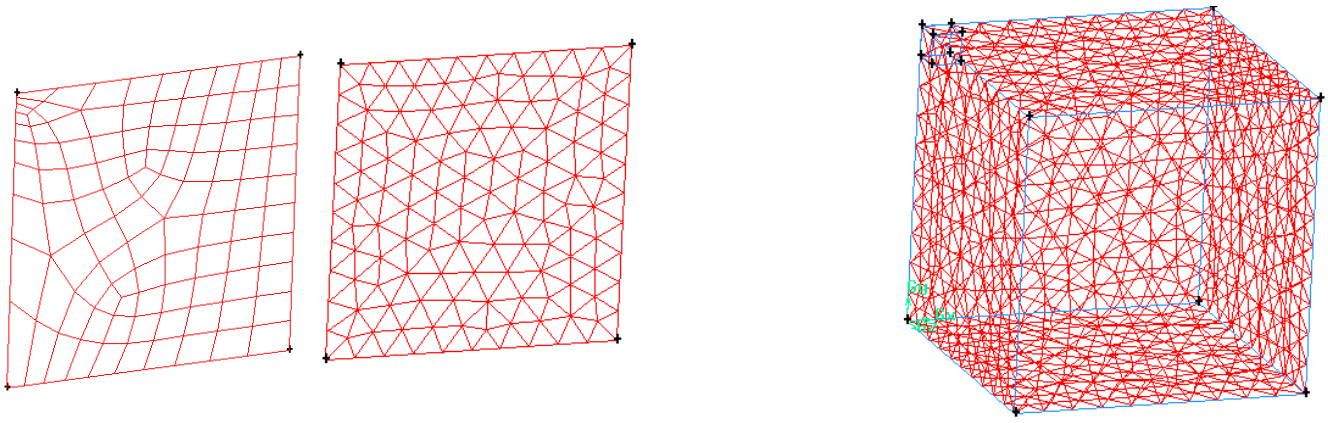
Le maillage est composé d'une grille structurée ou non-structurée, ou la combinaison des deux types de grilles (Maillage hybride). **Une grille structurée** est constituée de cellules rectangulaires planes (2-D) ou par de cellules hexaédriques à six faces (3-D) (Fig.1.1). Chaque cellule est numérotée selon des indices (i, j, k) qui ne correspondent pas nécessairement aux coordonnées x, y et z [2]. Une grille interne est générée en connectant des nœuds un à un par des segments à travers le domaine de sorte que les lignes et les colonnes soient clairement définies, même si les cellules sont déformées.

Par contre, une grille **non structurée** se compose d'un ensemble de cellules de diverses formes : des quadrilatères ou des triangles en bidimensionnel et des hexaèdres ou des tétraèdres en tridimensionnel (Fig.1.3). Deux exemples de maillages non-structurés (2D-3D) sont représentés sur la Fig.1.2. Cependant, pour le maillage non-structuré, les volumes de contrôle ne sont pas identifiés par les indices *i, j, k* mais par un code interne spécifique à chaque code de calcul par CFD [2]. Un maillage non-structuré est très adapté et facile à générer pour des géométries complexes. A l'inverse, le maillage structuré est souvent délicat à réaliser, principalement pour des configurations à segments ou surfaces curvilignes. Néanmoins, il présente des avantages dans la résolution numérique :

- L'interpolation spatiale à travers des segments en 2-D (surfaces en 3-D) entre les nœuds est beaucoup plus précise, particulièrement dans les zones à forts gradients (Ex : couche limite).
- Un maillage non-structuré génère en général plus de mailles qu'un maillage structuré (Tab.1.1).
- Il est difficile de contrôler l'emplacement des cellules internes par un maillage non-structuré, sauf dans le cas où le domaine de calcul est subdivisé en sous-domaines sous la forme de blocks.

Tab.1.1. Maillage structuré et maillage non structuré (Fig.1.1)

Configuration	Maillage structuré	Maillage non-structuré
2D	Nombre de nœuds : 121	Nombre de nœuds : 134
(10 × 10 segments)	Cellules : 100	Cellules : 226
3D	Nombre de nœuds : 1331	Nombre de nœuds : 1598
(10 × 10 × 10 segments)	Cellules : 1000	Cellules : 7377



a- Maillage quadratique non-structuré **b- Maillage triangulaire non-structuré** **c- Maillage tétraédrique non-structuré**

Fig.1.2. Maillage non-structuré en 2-Det 3-D.

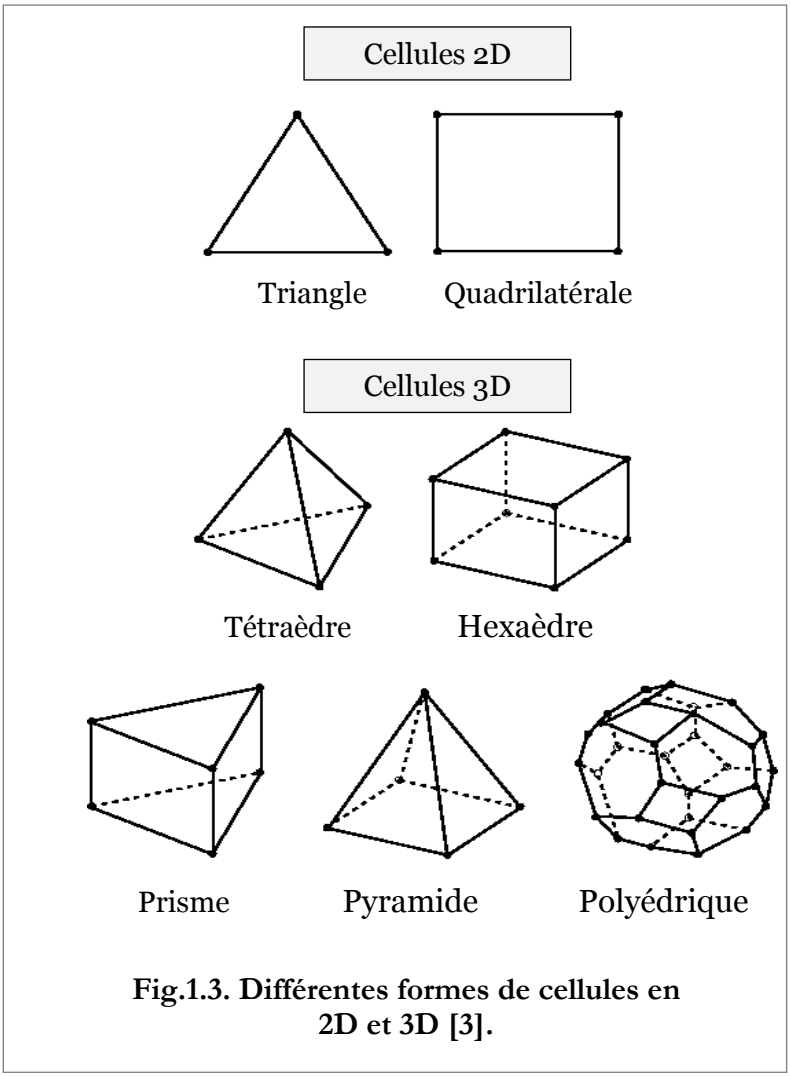


Fig.1.3. Différentes formes de cellules en 2D et 3D [3].

Cependant, la qualité du maillage ne consiste pas systématiquement à avoir un maximum de nœuds ou de cellules, mais :

- une répartition adéquate des volumes de contrôle internes (Ex : une bonne résolution proche des parois),
- le rapport d'aspect (Hauteur/Largeur) de la cellule ne doit pas être très important et
- les cellules ne doivent pas avoir une grande dissymétrie.

Un maillage irrégulier engendre généralement une difficulté dans la convergence de la solution numérique, augmente le temps de calcul et fausse l'exactitude des résultats numériques. C'est pourquoi il est nécessaire de vérifier la qualité du maillage avant d'entamer une étude par CFD. Pratiquement, tous les logiciels de maillage donnent la possibilité de vérifier la qualité du maillage dans tout le domaine de calcul.

Comme exemple, l'angle de dissymétrie, qui représente l'angle entre les segments de la cellule, est défini par [4] :

$$Q_{EAS} = \max\left\{\frac{\theta_{max} - \theta_{eq}}{180 - \theta_{eq}}, \frac{\theta_{eq} - \theta_{min}}{\theta_{eq}}\right\}$$

Où θ_{max} et θ_{min} sont respectivement l'angle maximal et minimal entre les segments de chaque élement.

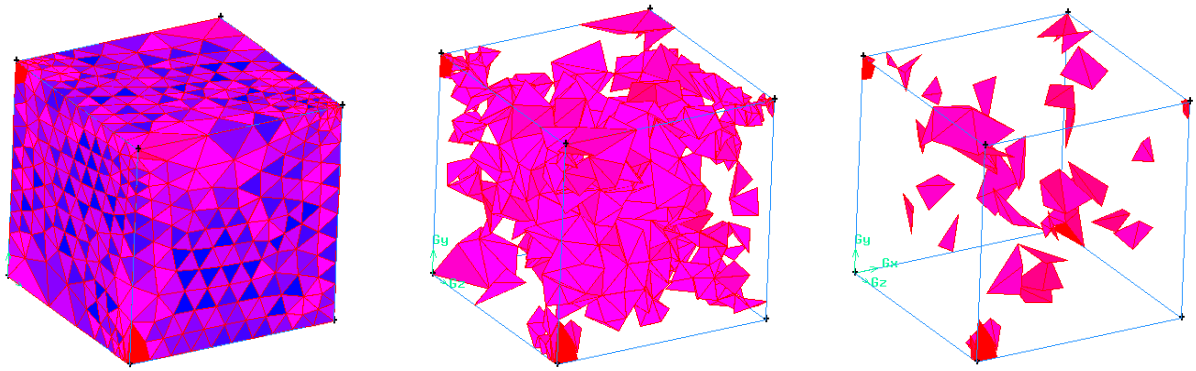
θ_{eq} correspond à l'angle de l'élément équilatérale de référence : pour le cas d'un triangle et pour un tétraèdre$\theta_{eq} = 60°$ et pour un quadrilatérale et un hexaèdre $\theta_{eq} = 90°$.

Sur la tab.1.2, les qualités du maillage sont représentées pour différents angles de dissymétrie dans le cas d'un maillage non-structuré

Tab.1.2: Qualité du maillage en fonction de l'angle de dissymétrie [4].

Q_{EAS}	*Qualité du maillage*
$Q_{EAS} = 0$	Equilatéral (Parfait)
$0 \leq Q_{EAS} \leq 0.25$	Excellent
$0.25 \leq Q_{EAS} \leq 0.5$	Bien
$0.5 \leq Q_{EAS} \leq 0.75$	Juste
$0.75 \leq Q_{EAS} \leq 0.9$	faible
$0.9 \leq Q_{EAS} < 1$	Très faible
$Q_{EAS} = 1$	Mauvais

Dans l'exemple d'une cavité cubique (Fig.1.4), l'angle de dissymétrie Q_{EAS} est représenté pour chaque cellule du domaine de calcul. La limite de Q_{EAS} varie pour localiser les cellules à angles de dissymétrie important (Fig.1.4.c), i.e. les zones où la prédiction numérique risque de diverger.



a- $0 \leq Q_{EAS} \leq 1$ **-b-** $0.52 \leq Q_{EAS} \leq 1$ **-c-** $0.65 \leq Q_{EAS} \leq 1$

Fig.1.4. Exemple d'angle de dissymétrie des cellules pour un maillage tétraédrique non-structuré.
($(Q_{EAS})_{min}$, cellules en bleu ; $(Q_{EAS})_{max}$, cellules en rouge).

3. Méthode des volumes finis

En mécanique des fluides, la résolution numérique des équations de conservation s'effectue par différentes méthodes numériques. Cependant, pour son principe de conservation des flux sur chaque volume de contrôle, la méthode des volumes finis est souvent la plus utilisée et la plus adaptée en mécanique des fluides. Le principe de cette méthode est de transformer une équation différentielle générale de transport scalaire en une équation algébrique qui peut être résolue numériquement en s'appuyant sur le théorème de la divergence (théorème de Green-Ostrogradski) [5, 8, 9, 10].

Contrairement à la méthode des différences finis, les équations de transport sont intégrées le long du volume de contrôle pour chaque variable physique ϕ caractérisant l'écoulement (vitesse, température,…) [3,5, 11]:

$$\int_V \frac{\partial \rho\phi}{\partial t} dV + \int_V \mathrm{div}(\rho\phi\vec{v}) dV = \int_V \mathrm{div}\left(\Gamma_\phi \, \mathrm{grad}(\phi)\right) \mathrm{dV} + \int_V \mathrm{S}_\phi \mathrm{dV} \qquad (1.1)$$

En appliquant le théorème de la divergence, qui consiste à transformer l'intégrale de volume en une intégrale de surface, la forme suivante est déduite:

$$\int_V \frac{\partial \rho\phi}{\partial t} dV + \oint \rho\phi\vec{v}\, d\vec{A} = \oint \Gamma_\phi \, grad(\phi)\, d\vec{A} + \int_V S_\phi dV \qquad (1.2)$$

ρ : Masse volumique
$\vec{v}$: Vecteur vitesse
$\vec{A}$: Surface du volume de contrôle
Γ_ϕ: Coefficient de diffusion pour ϕ
$\nabla\phi$: Gradient de ϕ
S_ϕ: Terme source par unité de volume V

L'équation (Eq.1.2) exprime un bilan des flux entre le flux convectif et le flux diffusif le long des surfaces, un terme source et le taux d'accumulation en volume intégré. Cette équation de bilan (Eq.1.2) est appliquée à chaque volume de contrôle du domaine de calcul. La cellule quadratique bidimensionnelle représentée sur la Fig.1.5 est un exemple de volume de contrôle. L'interpolation est utilisée pour déterminer les flux $\mathcal{F}$ aux frontières des cellules adjacentes en fonction des valeurs centrales (First Order, Second Order, QUICK…) et des formules de quadrature appropriées sont appliquées pour approximer les intégrales de surface et de volume. La discrétisation de l'équation (Eq. 1.2) sur un volume de contrôle est donnée par :

$$\frac{\partial \rho\phi}{\partial t}V + \sum_{f}^{N_{faces}} \rho_f \phi_f \vec{v}_f \overrightarrow{A_f} = \sum_{f}^{N_{faces}} \Gamma_f \nabla\phi_f \overrightarrow{A_f} + S_\phi V \qquad (1.3)$$

N_{faces}: Nombre de faces adjacentes à un volume de contrôle.

Comme l'intégration se fait sur chaque volume de contrôle, la méthode des volumes finis s'adaptent à tous les types de maillage. Les surfaces de chaque cellule sont directement liées à la discrétisation des dérivées du premier et second ordre de chaque grandeur physique ϕ.

A titre d'exemple, dans le cas d'un écoulement bidimensionnel (x, y) d'un fluide incompressible, l'équation de continuité s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (1.4)$$

Comme indiqué sur la Fig.1.5, les surfaces de la cellule P_5 dans la direction normale n_b sont résolues par rapport aux directions des coordonnées cartésiennes afin d'exprimer les projections des surfaces A_i^x et A_i^y suivant les directions x et y respectivement [7]. Pour discrétiser la première dérivée, l'intégration et le théorème de la divergence sont appliqués pour chaque volume de contrôle :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) = \frac{1}{\Delta V}\int_V \frac{\partial u}{\partial x} dV = \frac{1}{\Delta V}\int_A u\, dA^x \approx \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{n_b} u_i\, A_i^x \qquad (1.5)$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) = \frac{1}{\Delta V}\int_V \frac{\partial v}{\partial y} dV = \frac{1}{\Delta V}\int_A v\, dA^y \approx \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{n_b} v_i\, A_i^y \qquad (1.6)$$

Où u_i et v_i sont les valeurs de la vitesse sur les surfaces du volume de contrôle, n_b est le nombre de surfaces constituant le volume élémentaire considéré. Le nombre des cellules adjacentes dépend du maillage généré : pour un élément quadrilatéral (2D) (Fig.1.5) $n_b = 4$, pour un volume parallélépipédique (3D) $n_b = 6$. Cette équation s'applique à tous les types d'élément du domaine de calcul. Dû à la présence du flux de diffusion $\Gamma_\phi \nabla\phi$, la valeur de la variable ϕ à l'intérieur d'un volume de contrôle est automatiquement influencée par les valeurs de ϕ aux nœuds voisins. Cela engendre généralement des équations non linéaires de ces variables. Une forme linéarisée de l'équation (Eq.1.3) peut être déduite sous la forme suivante:

$$a_P \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \qquad (1.7)$$

ϕ_p est la valeur de la variable physique au point central du volume de contrôle P et a_p et a_{nb} sont les coefficients de linéarisation pour ϕ_p et ϕ_{nb}, respectivement.

A travers cette démarche, un système algébrique linéaire ou non-linéaire (Eq.1.7) est obtenu qui doit être résolu par différentes méthodes numériques : méthodes directes ou méthodes itératives [9, 12].

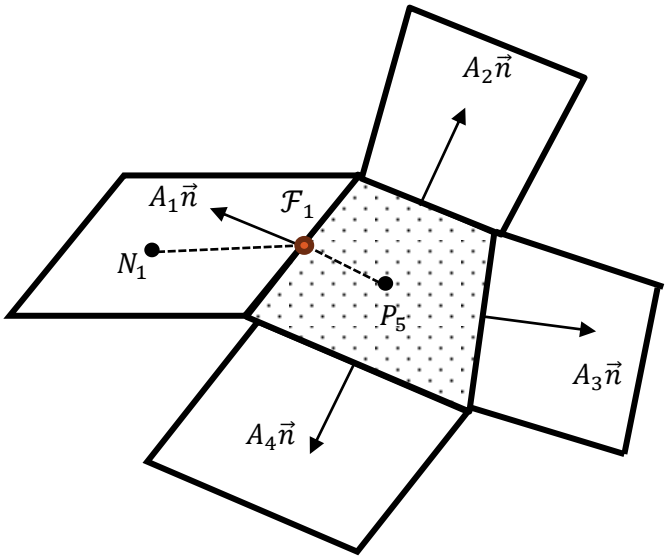


Fig. 1.5. Volume de contrôle type quadrilatérale dans le cas d'un maillage structuré

II. Modélisation et simulation numérique d'un écoulement de Poiseuille

Dans cette partie, nous exposons un exemple d'application sur la modélisation et la simulation numérique d'un écoulement de Poiseuille dans une conduite cylindrique. Les résultats numériques obtenus seront comparés à la solution exacte déterminée analytiquement. Nous tenons à souligner qu'en amont de chaque étude numérique, la modélisation mathématique du problème physique est indispensable.

Cependant, en CFD on ne peut pas augmenter indéfiniment et aléatoirement le nombre de nœuds pour raffiner le maillage. Si on considère des problèmes physiques complexes tridimensionnels (turbulent, diphasique, combustion,…), des interpolations d'ordre supérieure sont nécessaires pour obtenir la solution exacte, cela augmentera systématiquement le temps de calcul. Pour cela, un test de maillage est nécessaire avant chaque simulation. Le maillage adéquat choisi doit reproduire des résultats physiques fiables en un temps de calcul assez raisonnable.

Cette étude consiste en:

- Une étude analytique de l'écoulement de Poiseuille.
- Une modélisation et simulation numérique de l'écoulement de Poiseuille.
- Test du maillage.
- Valider la prédiction numérique avec une solution exacte. dans le cas d'un écoulement de Poiseuille.

Les étapes de la simulation, par Gambit® et Fluent/ANSYS®, seront présentées en Annexe.1 et Annexe .2, respectivement.

1. Solution analytique

L'écoulement isotherme d'un fluide, Newtonien (μ=constante) incompressible (ρ=constante), à travers une conduite cylindrique, de Longueur L et de Rayon R (Fig.2.1), est régit par les équations de Navier-Stokes en coordonnés cylindriques-3D.

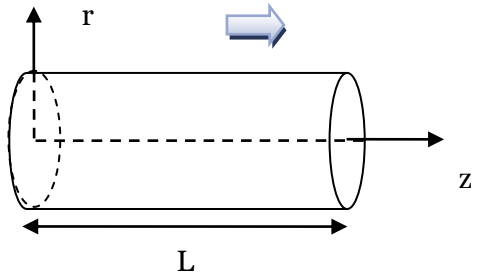


Fig.2.1. Conduite axisymétrique

Equation de continuité

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\,u_r)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(u_\theta)\frac{\partial}{\partial z}(u_z)=0 \tag{2.1}$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial u_r}{\partial t}+u_r\frac{\partial u_r}{\partial r}+\frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}+u_z\frac{\partial u_r}{\partial z}-\frac{{u_\theta}^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r}+\nu\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_r)\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2}\right)+g_r \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial t}+u_r\frac{\partial u_\theta}{\partial r}+\frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}+w\frac{\partial u_\theta}{\partial z}-\frac{u_r u_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial P}{\partial \theta}+\nu\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_\theta)\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2}\right)+g_\theta \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t}+u_r\frac{\partial u_z}{\partial r}+\frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}+\nu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right)+g_z \tag{2.4}$$

Telle que P est la pression statique, (u_r, u_θ, u_z) sont les composantes de la vitesse $\vec{V}$ et (g_r, g_θ, g_z) sont les composantes l'accélération de la pesanteur $\vec{g}$ en fonction des coordonnées cylindriques (r, θ, z). Le mouvement de l'écoulement est généré par une différence de pression entre l'entrée et la sortie de la conduite : $\Delta P = P_0 - P_L (P_0 > P_L)$.

Dans le cas d'un écoulement de Poiseuille, on suppose que :

- le régime de l'écoulement est stationnaire $\frac{\partial(.)}{\partial t}=0$,
- l'écoulement est laminaire ⇒ fluctuations nulles
- l'écoulement est unidirectionnel suivant l'axe $z \Rightarrow u_\theta = u_r = 0$,
- Axe de révolution autour de l'axe z ⇒Symétrie axiale ⇒ $\frac{\partial(.)}{\partial \theta}=0$,
- Conduite horizontale ⇒ Effets des forces de gravité négligeables.

Suite à cela, les équations de Navier-Stokes en coordonnés cylindriques se réduisent à :

$$(2.5) \Rightarrow \frac{1}{r}\frac{\partial(ru_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial u_z}{\partial z}=0 \Rightarrow \frac{\partial u_z}{\partial z}=0 \Rightarrow u_z \neq f(z) \Rightarrow \vec{V}\big(0,0,u_z(r)\big)$$

$$\left.\begin{aligned}(2.6) \Rightarrow 0 &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r}\\ (2.7) \Rightarrow 0 &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial \theta}\end{aligned}\right\} \Rightarrow P=f(z)$$

$$(2.8) \Rightarrow 0=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}+\nu\left(\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du_z}{dr}\right)\right)$$

D'après l'équation (2.5), le premier terme dépend que de z, tandis que le deuxième terme ne dépend que de r, cela est possible qui si les deux termes sont égaux à une constante, qu'on notera $-K$, i.e :

$$\underbrace{\frac{dP}{dz}}_{f(z)}=\underbrace{\mu\left(\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du_z}{dr}\right)\right)}_{f(r)}=-K \Rightarrow \begin{cases}\dfrac{dP}{\partial z}=-K\\ \mu\left(\dfrac{1}{r}\dfrac{d}{dr}\left(r\dfrac{du_z}{dr}\right)\right)=-K\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}P(z)=-K\,z+B_1\\ u_z=-\dfrac{K}{4\mu}r^2+A_2\ln(r)+B_2\end{cases}$$

D'après les conditions aux limites de la pression $\big(z=0, P=P_0\,;\; z=L, P=P_L\big)$ et de la vitesse ($r=R,\ u_z=0\,;\ r=0, \frac{\partial u_z}{\partial r}=0$) , la solution exacte d'un écoulement de Poiseuille est déduite pour la pression (Eq.2.9) et la vitesse (Eq.2.10) :

$$P(z)=-\left(\frac{P_0-P_L}{L}\right)z+P_0 \qquad (2.9)$$

$$u_z(r)=\frac{1}{4\mu}\frac{(P_0-P_L)}{L}(R^2-r^2) \qquad (2.10)$$

A partir de ce résultat, différents paramètres physiques sont déterminés:

Le débit volumique : $Q_V=\iint u_z(r)dS=\int_0^R u_z(r)2\pi dr \Rightarrow Q_V=\frac{\pi D^4}{128\mu}\frac{\mathrm{P_0-P_L}}{L}$

La vitesse débitante : $u_{z_{moy}}=\frac{Q_V}{S}=\frac{1}{8\mu}\frac{(P_0-P_L)}{L}R^2$

La vitesse maximale : $u_{z_{max}}=u_z(r=0)=\frac{1}{4\mu}\frac{(P_0-P_L)}{L}R^2$

Nombre de Reynolds : $Re=\frac{D_H u_{z_{moy}}}{\nu}$,

Où $D_H=D_{Conduite}$: Diamètre hydraulique et ν : viscosité cinématique

Le débit volumique et le régime d'écoulement dépendent de la perte de charge imposée entre l'entrée et la sortie de la conduite, de la viscosité du fluide et du diamètre de la conduite. Les profils de la pression et de la vitesse de la solution exacte sont illustrés sur la Fig.2.2 et la Fig.2.3, respectivement.

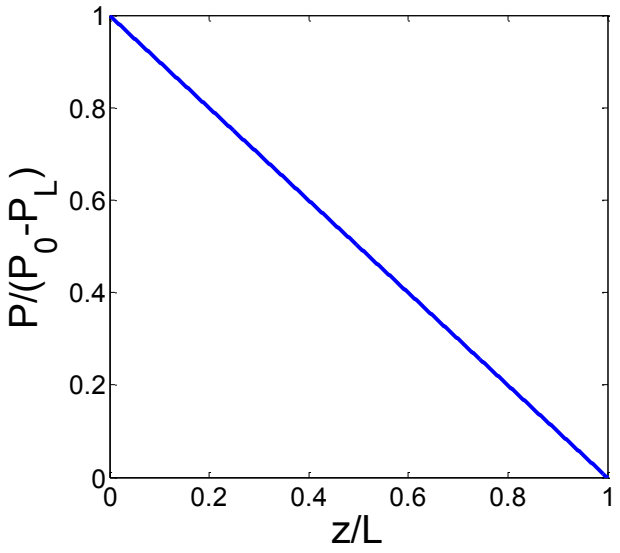


Fig.2.2. Profil de la perte charge le long de l'axe z.

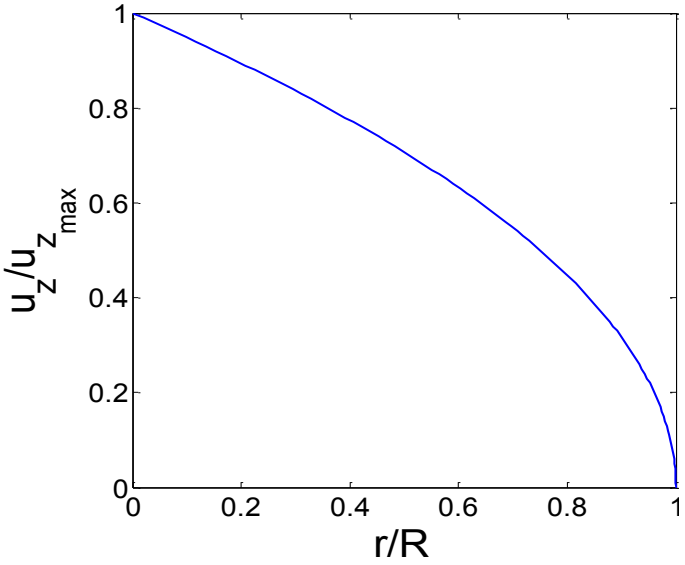


Fig2.3. Profil de la vitesse axiale en fonction du rayon de la conduite.

2. Simulation numérique

Dans ce qui suit, le modèle mathématique de l'écoulement de Poiseuille est résolu numériquement par la méthode des volumes finis. Afin d'optimiser le temps CPU (Mémoire et temps de calcul), et sachant que la conduite à un axe de révolution autour de l'axe z (Symétrie axiale), on ne considère qu'un plan de la conduite avec l'axe z comme axe de symétrie (Fig.2.5)..

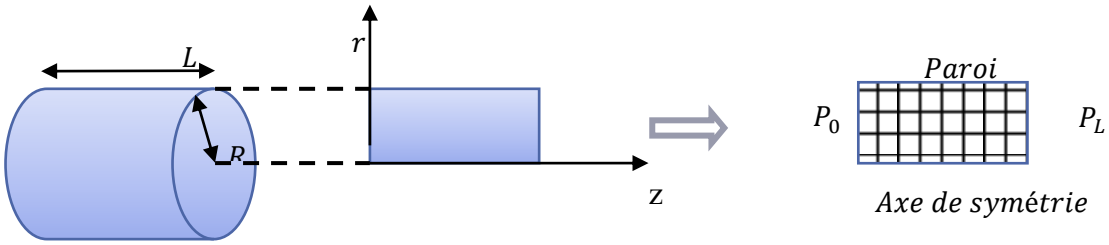


Fig.2.4 Maillage d'un plan axisymétrique

Comme cité précédemment, trois étapes de la simulation sont nécessaires (Org.1.2):

a. Prè-simulation

□ **Maillage**

Pour une conduite donnée de Rayon de R=0.1 m et de longueur L=20m (Fig.2.4), un maillage structuré est généré à travers des cellules quadratiques. Différents maillages sont testés (Tab.2.1). Afin de générer des cellules quadratiques ayant un rapport de forme plus au moins unitaire ($N_z/N_r \approx 1$), le rapport de forme des cellules doit être du même ordre que celui de la conduite ($N_x/N_y \approx L/R = 200$). N_i est le nombre de cellules le long d'un segment

donné, qui correspond à $N_i + 1$ nœuds. Cependant, on notera que le maillage doit être relativement serré vers les régions à forts gradients, i.e. vers la paroi dans le cas d'une conduite axisymétrique.

Tab.2.1. Différents maillages considérés

Maillage	$\mathbf{N_r \times N_z}$ **(N : nombre de nœuds)**	$\mathbf{h_r \times h_z}$ **(h : Le pas)**	Nombres de cellules	Nombres de nœuds
M1	5×1000	0.02×0.02	5000	6006
M2	10×1000	0.01×0.02	10 000	11 011
M3	20×4000	0.005×0.005	80 000	164 020
M4	80×4000	0.00125×0.005	320 000	324 081
M5	50×10000	0.002×0.002	500 000	510 051

□ Type de Fluide

Dans les conditions normales, les propriétés de l'eau sont prises à la température ambiante de T=25°C (Tab.2.2).

Tab.2.2. Propriétés de l'eau.

Masse volumique	$\boldsymbol{\rho = 1000\ Kg/m^3}$
Viscosité dynamique	$\mu = 0.001\ Kg/m.s$
Viscosité cinématique	$\nu = 10^{-6} m^2/s$

□ Conditions aux limites

Comme indiqué sur la Fig.2.4, les conditions aux limites sont données dans le Tab.2.3.

Tab.2.3. Conditions aux limites

$\boldsymbol{z = 0}$	$\boldsymbol{P = P_0}$ (Pression statique)
$\boldsymbol{z = L}$	$P = P_L$ (Pression statique)
$\boldsymbol{r = R}$	$u_r = u_z = 0$ (Adhérence à la paroi)
$\boldsymbol{r = 0}$	$\partial(.)/\partial r = 0$ (Axe de Symétrie)

b. Simulation

En CFD, il n'existe pas une règle générale pour le choix des méthodes de discrétisation et d'interpolations (Spatiales ou temporelles). Néanmoins, le principe est de commencer par des schémas du premier ordre et d'augmenter l'ordre de discrétisation pour atteindre la convergence souhaitée. Cependant, la convergence n'est pas systématiquement synonyme de bons résultats, il faut toujours valider la prédiction numérique par des résultats expérimentaux ou analytiques. Dans le cas de cette étude, les schémas de discrétisation et d'interpolation, les valeurs des facteurs de sous-relaxation et le critère de convergence de ce problème sont indiqués dans le Tab.2.4, Tab.2.5 et Tab.2.6, respectivement.

Tab.2.4. Schémas de discrétisation.

Couplage vitesse-Pression		SIMPLE
Discrétisation spatiale	Gradients	Green-Gauss cell
	Pression	Standard
	Vitesse	Second orderUpwind

Tab.2.5. Valeurs des facteurs de sous-relaxations pour chaque variable.

Variable	α
Pression	0.3
Vitesse	0.7

Tab.2.6. Critères de convergence (résidus normalisés).

Variable	R
Continuité	10^{-7}
Vitesse	10^{-7}

3. Validation de la prédiction numérique

En amont de chaque étude par CFD, il est très important de comprendre le sens physique des équations différentielles de transport qui régissent la phénoménologie du problème considéré. Dans le cas d'un écoulement de Poiseuille, le déplacement du fluide est généré par un gradient de pression entre les deux extrémités de la conduite. Dans le cas d'une solution exacte, la perte de charge entre les deux extrémités suit un profil linéaire (Fig.2.2). Cependant, en comparaison au profil analytique le long de l'axe de symétrie (Fig.2.2), le profil de la pression statique déduit à partir de la prédiction numérique (Fig.2.5) présente un profil quasi-linéaire avec une légère perte de charge à l'entrée de la conduite. Ceci s'explique par un écoulement de couche de limite développé à l'entrée de la conduite. Ce phénomène physique n'est pas prédit par la solution exacte, car cette dernière repose sur le fait que

l'écoulement est unidirectionnel ($\vec{V}(0,0,u_z)$) et que le profil de la vitesse est établit le long de toute la conduite, ce qui n'est pas dans le cas d'une prédiction numérique (Fig.2.7 et Fig.2.8). Dans ce cas-là, l'utilisation des schémas de discrétisation d'ordre supérieur ou un maillage le plus fin possible, la prédiction numérique n'approchera en aucun cas la solution exacte. Pour être dans les mêmes conditions que la solution analytique, soit:

- une perte de charge moins importante dans le cas d'une solution exacte est considéré (Trait en pointillé sur la Fig.2.5.),
- soit une solution numérique avec un profil établit, i.e., sans les effets de la couche limite est envisagée.

Pour les différents maillages, une comparaison entre les différents résultats numérique et la solution exacte est effectuée en déterminant l'erreur relative :

$$Er = \frac{\left|\phi_{exacte} - \Phi_{numérique}\right|}{\Phi_{exacte}}$$

D'après le Tab.2.7, on constate qu'en raffinant le maillage, l'erreur relative diminue d'une manière significative. Néanmoins, le temps de calcul devient plus important pour des maillages plus resserrés. Pour une erreur relative en-dessous de 0.5% et avec un temps de calcul relativement assez faible, le maillage 20×4000 est considéré comme un maillage optimal. D'ailleurs, les maillages supérieures prédissent des profils de vitesse axiale en très bon accord avec la solution exacte (Fig.2.6).

Tab.2.7. Tableau comparatif entre les différents résultats numériques et la solution exacte

		Nombre d'itérations	CPU Time/iter (sec)	Qv (m^3/s)	Vitesse moyenne (m/s)	Vitesse maximale (m/s)	$\frac{V_{moy}}{V_{max}}$
Solution analytique		-	-	8.2760×10^{-05}	2.634×10^{-03}	5.268×10^{-03}	0.5
Solution numérique	$\mathbf{5 \times 1000}$	883	0.008	8.6029×10^{-05} ($\mathbf{3.95}\%$)	2.738×10^{-03} ($\mathbf{3.95}\%$)	5.266×10^{-03} ($\mathbf{0.04}\%$)	0.520
	$\mathbf{10 \times 1000}$	1131	0.017	8.3629×10^{-05} ($\mathbf{1.05}\%$)	2.661×10^{-03} ($\mathbf{1.03}\%$)	5.271×10^{-03} ($\mathbf{0.06}\%$)	0.505
	$\mathbf{20 \times 4000}$	4084	0.143	8.3019×10^{-05} ($\mathbf{0.31}\%$)	2.642×10^{-03} ($\mathbf{0.30}\%$)	5.270×10^{-03} ($\mathbf{0.04}\%$)	<u>0.501</u>
	$\mathbf{80 \times 4000}$	9260	0.480	8.281×10^{-05} ($\mathbf{0.07}\%$)	2.636×10^{-03} ($\mathbf{0.08}\%$)	5.270×10^{-03} ($\mathbf{0,04}\%$)	<u>0.500</u>
	$\mathbf{50 \times 10000}$	11433	0.747	8.281×10^{-05} ($\mathbf{0.07}\%$)	2.636×10^{-03} ($\mathbf{0.08}\%$)	5.270×10^{-03} ($\mathbf{0,04}\%$)	<u>0.500</u>

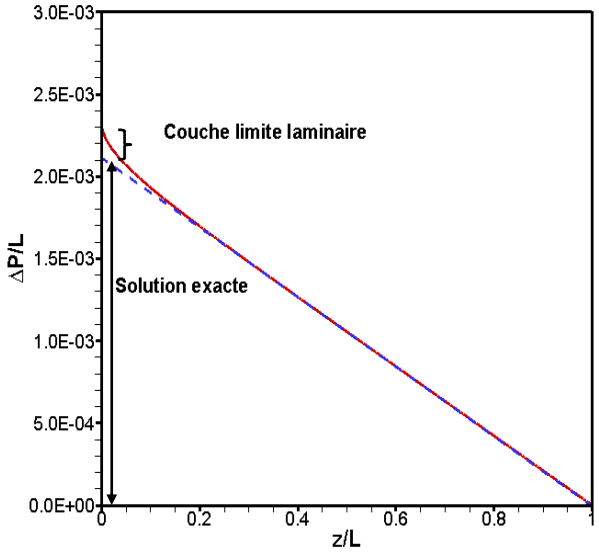


Fig.2.5. Profil de la pression le long de l'axe de symétrie.

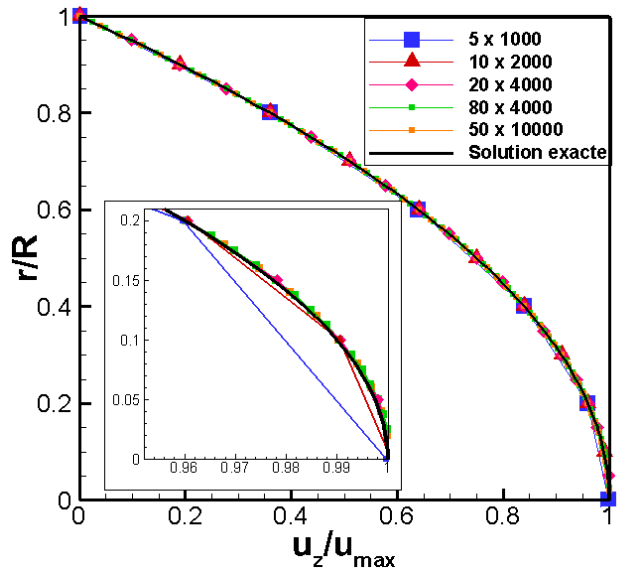


Fig.2.6. Profils de la vitesse axiale pour différents maillages.

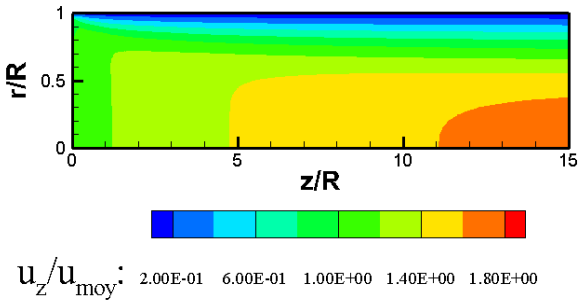


Fig.2.7. Contours de la vitesse axiale à l'entrée de la conduite.

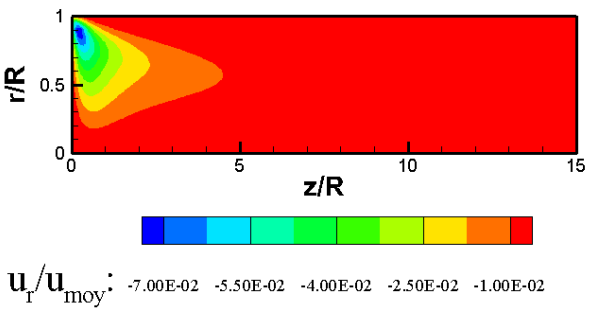


Fig.2.8. Contours de la vitesse radiale à l'entrée de la conduite.

III. Travaux Pratiques CFD 1
Géométrie et maillage

TP.1-1 : Initiation à Gambit
a. Configurations 2D

Ce premier TP est une initiation au logiciel Gambit ® pour générer des surfaces 2D soit:

- à partir de points, segments, surfaces
- ou directement des surfaces prédéfinies par le logiciel.

Partie I

Réalisez les trois configurations bidimensionnelles présentées sur la Fig.3.1

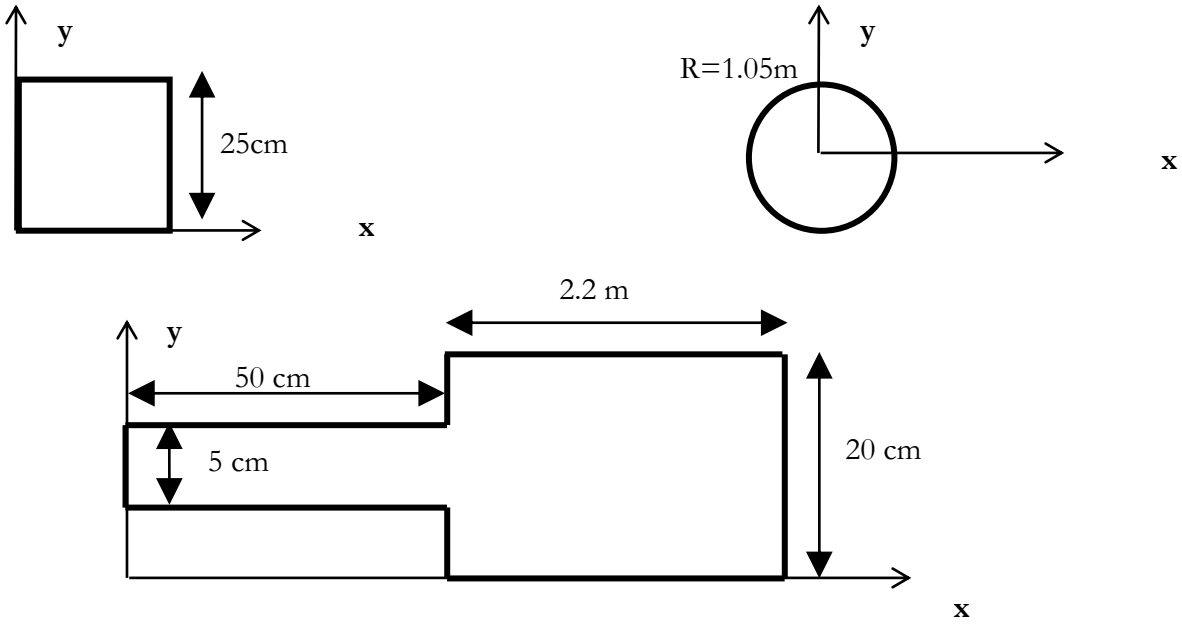


Fig.3.1. Configurations 2D

Partie II

Afin d'étudier le transfert thermique à l'intérieur d'une maison représentée à l'échelle (1cm→1m), reproduire l'architecture de cette dernière (Fig.3.2) en utilisant l'axe de symétrie.

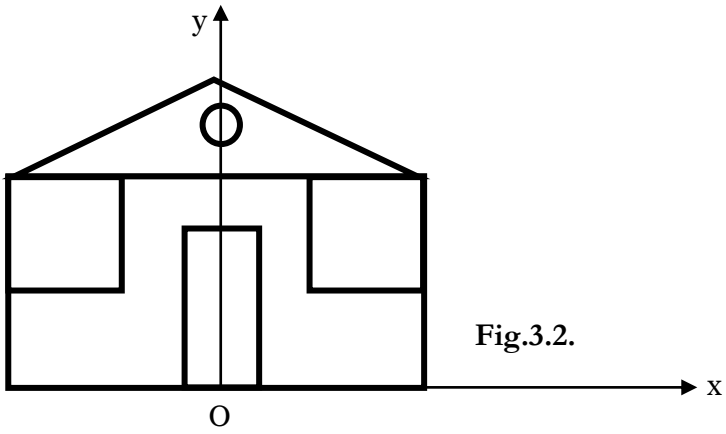


Fig.3.2.

TP.1-2 : Initiation à Gambit
b. Configurations 3D

Le but de ce deuxième TP est de réaliser des configurations tridimensionnelles de différentes formes par plusieurs méthodes.

Partie I

- Refaire la configuration du TP précédent (TP1- Fig.3.3), en générant des surfaces directement en utilisant l'option '**Face**' sur Gambit®.
- Afin de délimiter chaque surface séparément, utiliser l'option '**Subtract**'.

Partie II

- Étudier la configuration tridimensionnelle 3D de l'élargissement brusque représenté dans la Fig.3.3 de deux manières :
  - Créer le volume global à partir de plusieurs Volumes.
  - Créer le volume global à partir de plusieurs Surfaces, en utilisant l'option '**Sweep Faces**'.

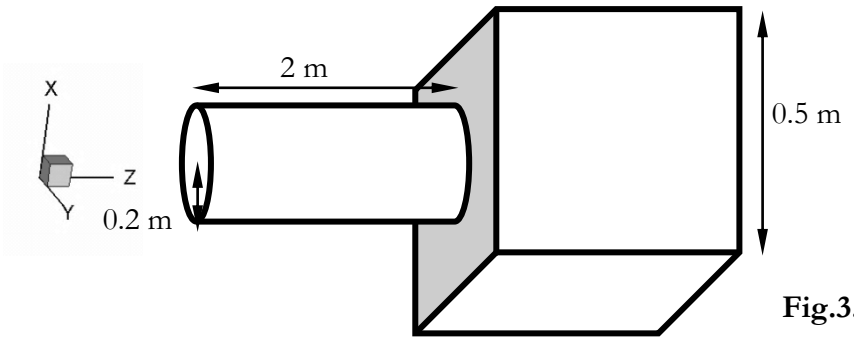


Fig.3.3

Partie III

Application: Réalisez la configuration de la Fig.3.4 par Gambit® et définir les conditions aux limites (Le diamètre des cylindres est de D=50cm).

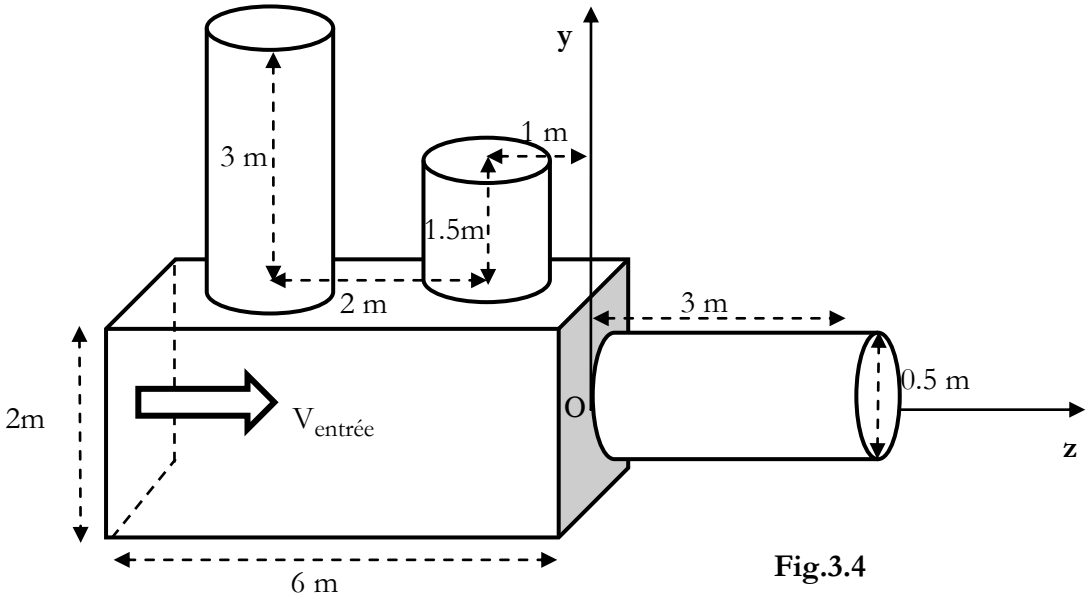


Fig.3.4

TP.1-3 : Maillage et conditions aux limites

Le but du troisième TP est de :

- Générer un maillage uniforme et non uniforme, pour le cas d'une cavité carrée et celui d'un élargissement brusque.
- Définir les conditions aux limites

Partie I : Cavité carrée

- Réalisez un maillage structuré et non structuré de la cavité carrée (Fig.3.5)pour différents types de resserrement :
  - Uniforme avec 'un rapport d'aspect **Ar=1**
  - Non-uniforme avec un rapport d'aspect **Ar=1.05**.
- Définir les conditions aux limites pour chaque segment.
- Enregistrez le fichier en 'cavité.dbs' et en'cavité.msh'

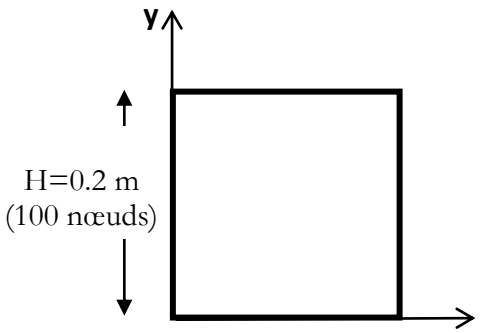


Fig 3.5. Cavité carrée

Partie II : Élargissement brusque

- Effectuer un maillage uniforme-structuré de l'élargissement brusque de la Fig.3.6.
- Effectuer un maillage non uniforme-structuré de l'élargissement brusque de la Fig.3.6 en utilisant un rapport d'aspect de Ar=1.05 pour tous les segments.
- Définir les conditions aux limites de cette configuration.
- Enregistrer le fichier en sous la forme 'elargissement.dbs' et sous la forme 'elargissement.msh'

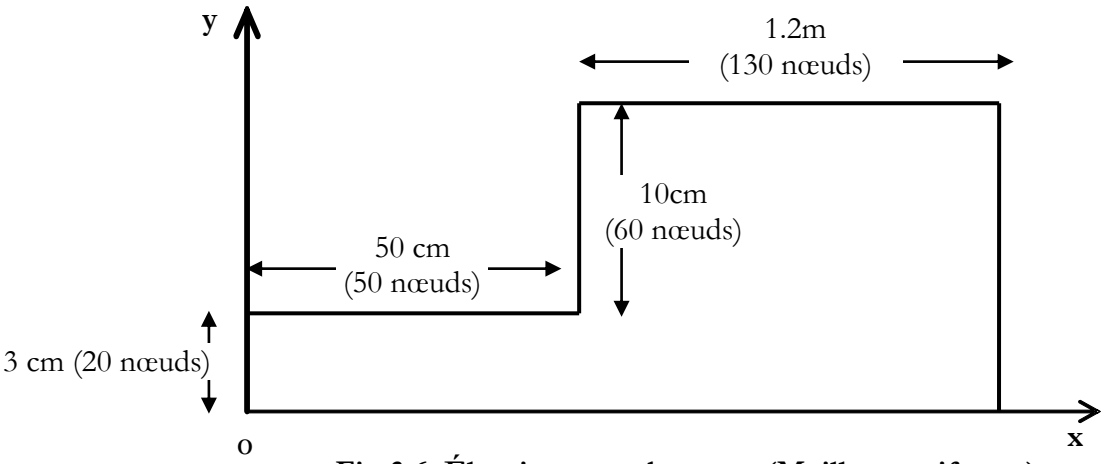


Fig.3.6. Élargissement brusque (Maillage uniforme)

TP.1-4 : Configurations curvilignes

Le but du quatrième TP est d'effectuer un maillage structuré/non structuré d'une configuration curviligne 2D dans le cas d'une conduite sténosée avec ou sans obstacle.

Partie I : Sténose

- Réalisez le maillage de la sténose axisymétrique (Fig.3.7), en respectant le nombre de nœuds de chaque segment dans le cas d'un maillage triangulaire et quadratique
- Définir les conditions aux limites pour chaque segment.
- Exporter le maillage sous la forme 'stenose_tri.msh' et 'sténose_quad.msh'.

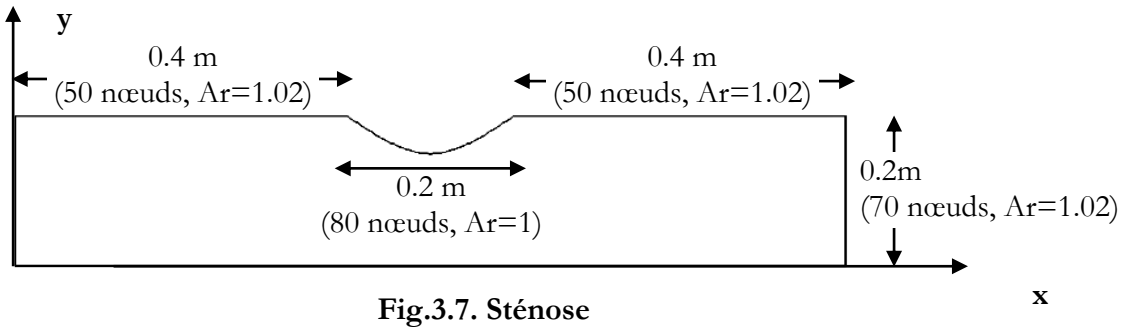


Fig.3.7. Sténose

Partie II : Sténose obstruée

- En utilisant un maillage triangulaire et quadratique, effectuer le maillage de la conduite obstruée par une sténose en présence d'un obstacle solide circulaire (Fig.3.8).
- Définir les conditions de l'écoulement et le type de chaque milieu.
- Enregistrer le maillage pour les deux types de maillage.

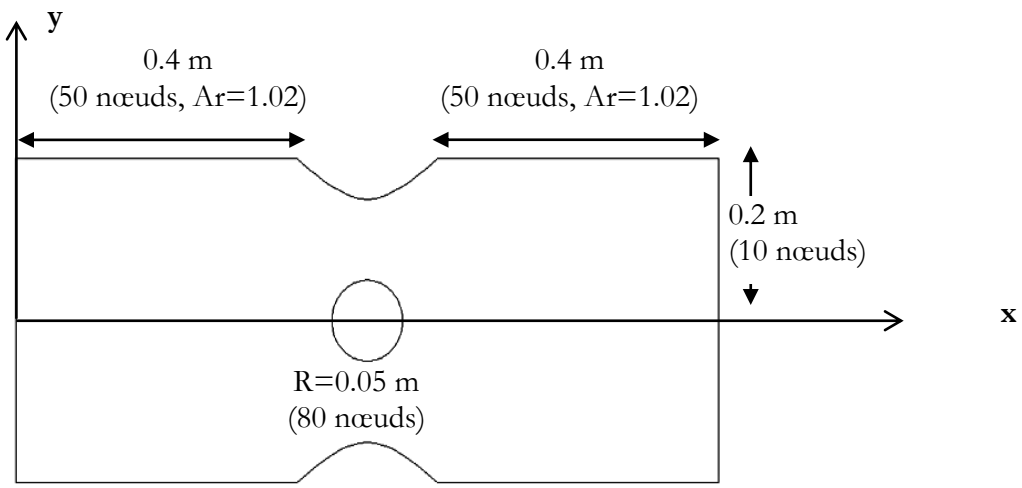


Fig.3.8. Conduite obstruée

TP.1-5: Maillage 3D

Le cinquième TP a pour objectif d'apprendre le principe du maillage tridimensionnel structuré et non-structuré avec des cellules hexaédriques et tétraédriques.

Partie I : Cylindre

- Réalisez le maillage d'une conduite cylindrique (Fig.3.9) en utilisant un maillage triangulaire et quadratique. (D=0.1m et H=2m)
- Définir les conditions aux limites et enregistrer le maillage.

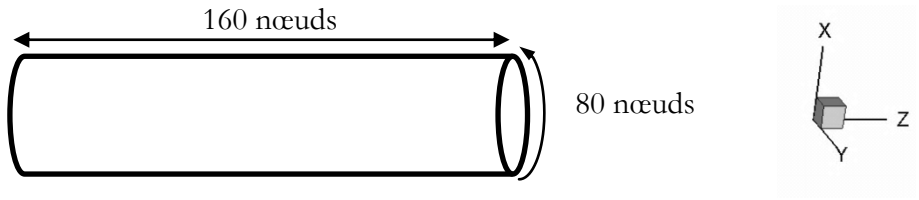


Fig.3.9. Conduite cylindrique

Partie II

- Effectuer le maillage de la configuration tridimensionnelle d'un jet circulaire à travers une cavité cubique (Fig.3.10) avec un maillage tétraédrique.
- Déterminer les conditions aux limites et sauvegarder le maillage de la configuration.

($D_{cylindre}$=2.5 cm, $H_{cylindre}$=0.15m, L_{cube}=0.5m)

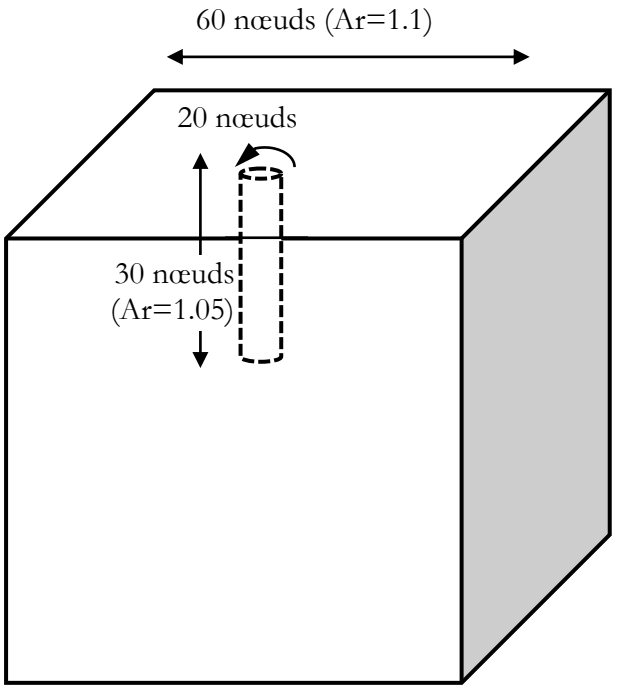


Fig.3.10. Configuration 3D

IV. Travaux Pratiques CFD 2
Simulation Numériques en Mécanique des Fluides

TP.2-1: Initiation à la simulation numérique : Test de maillage

1- En utilisant le logiciel Gambit®, réaliser un maillage structuré de la conduite bidimensionnelle (Fig.4.1) pour différents cas:

a- AB = 50 nœuds, AC=5 nœuds

b- AB=200 nœuds, AC=20 nœuds

c- AB=400 nœuds, AC=40 nœuds.

d- AB=1000 nœuds, AC=100 nœuds.

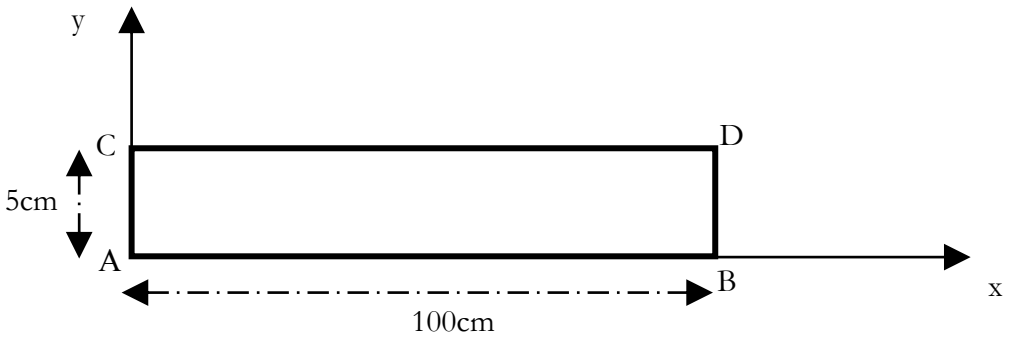


Fig.4.1. Conduite bidimensionnelle

2- Pour les différents maillages :

a. En double précision, étudier numériquement l'écoulement isotherme de l'air entre deux plaques planes.
(On donne : $Re_{Entrée}$=10, μ_{air}=1.8E-5 Kgm/s, ρ_{air}=1.2Kg/m^3).

b. Pour chaque maillage, noter le nombre d'itérations pour un critère de convergence de l'ordre de R=10^{-7} pour toutes les variables physiques.

c. Enregistrer les fichiers ***case*** et ***data***.

3- A la position d'abscisse x_1=2cm et x_2=30cm, comparer l'épaisseur de la couche limite pour les différents maillages. D'après les différents résultats quel est le maillage optimal ?

4- Dans ce cas-là, tracer les contours de la pression statique, de la vitesse horizontale Vx et de la vitesse verticale Vy.

5- En considérant le maillage optimal, refaire les mêmes étapes pour $Re_{Entrée}$=100 et 250.

6- Calculer la vitesse moyenne U_{moy} à la sortie de la conduite pour chaque nombre de Reynolds

7- A la position d'abscisse x=30cm, comparer les profils de la vitesse axial et interpréter l'effet du nombre de Reynolds sur la dynamique de l'écoulement.

8- Le long de l'axe de la conduite ($y=y_{max}/2$), calculer la perte de charge pour les différents nombres de Reynolds et interpréter les résultats obtenus.

9- Pour les trois nombres de Reynolds, retrouve-t-on la formule théorique :

$$u_{moy} = \frac{Q_V}{S} = \frac{1}{8\mu}\frac{(P_0 - P_L)}{L}R^2$$

TP.2-2 : Écoulement d'un fluide incompressible autour d'un cylindre chauffé (2 séances)

Le but de ce TP est d'étudier l'écoulement bidimensionnel d'un fluide réel autour d'un cylindre chauffé. La première partie est consacrée à l'étude dynamique et thermique d'un écoulement de stokes (Re=1). La deuxième partie est dédiée à l'effet du nombre de Reynolds sur la structure dynamique et thermique de l'écoulement autour d'un cylindre chauffé.

Partie 1 : Écoulement stationnaire isotherme

1- Réaliser un maillage non structuré de la configuration bidimensionnel (Fig.4.2), en considérant le cylindre comme obstacle solide.
(On donne le pas du maillage : $H_{cylindre} = 10^{-3}m$ et $H_{conduite} = 10^{-2}m$)

2- L'écoulement de stokes est un écoulement à très faible nombre de Reynolds ($Re \leq 1$). Suivant le diamètre du cylindre et dans le cas de l'eau ($\rho_{eau} = 1000\, kg/m^3$ et $\mu_{eau} = 10^{-3}\ 1000\, kg/ms$, calculer la vitesse d'entrée du fluide pour un Re=1. Pour cette vitesse d'entrée :

   a. Etudier en double précision l'écoulement de stokes à un cylindre chauffé à $T_{Cylindre} = 320\, K$. La température du fluide est maintenue $T_{entrée} = 300\, K$ à l'entrée de la conduite.
   b. En définissant les valeurs de référence adéquats, déterminer l'évolution du coefficient de trainé et de portance long du cylindre en fonction des itérations du calcul.
   c. En traçant les lignes de courant et les contours de la magnitude de vitesse, retrouve-t-on la structure de l'écoulement de stokes comme indiqué expérimentalement (Fig.4.3.a).
   d. D'après la littérature, pour un écoulement de stokes ($Re \lesssim 1$), le coefficient de trainé C_D est proportionnelle au nombre de Reynolds par :

$$C_D = \frac{24}{Re}$$

      Cette formule est-elle vérifiée ?
   e. Représenter les contours de la température le long de conduite et calculer le nombre de Nusselt moyen Nu le long de l'obstacle.

3- Pour des nombres de Reynolds plus important : Re=26 et Re=195, refaire la même étude que précédemment.

4- Retrouve-t-on la symétrie axiale de l'écoulement pour les trois nombres de Reynolds ? Interpréter les résultats obtenus.

5- Comparer l'évolution de la force de trainée et de portance pour les trois nombres de Reynolds et expliquer les différents résultats obtenus.
6- Représenter les contours de la pression, la magnitude de la vitesse et de la fonction de courant pour les trois nombres de Reynolds. Comparer les résultats avec la visualisation expérimentale. (Fig.4.3)
7- Tracer le profil du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds. Quels sont les effets dynamiques engendrés sur le transfert thermique.

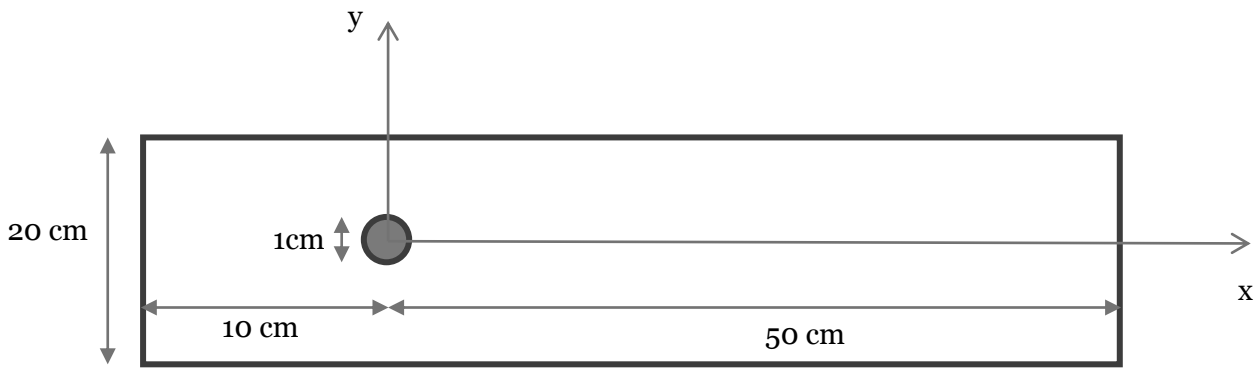
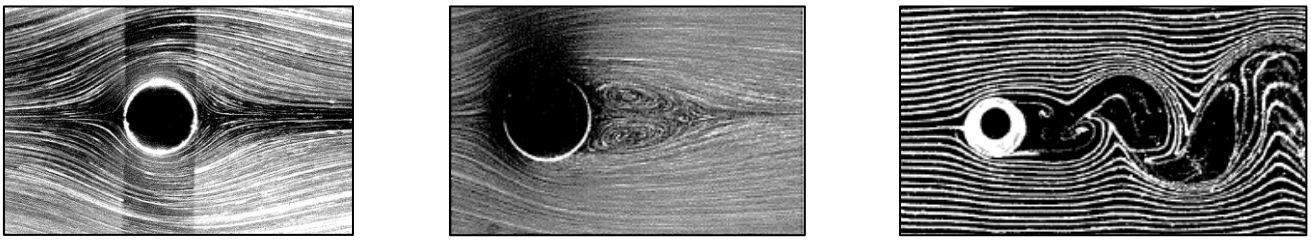


Fig.4.2. Configuration bidimensionnel d'un écoulement à travers un cylindre.



a) Re=1.1 b) Re=26 c) Re=195

Fig.4.3. Visualisation de l'écoulement d'un fluide réel à travers un cylindre [7]

TP.2-3 : Ecoulement turbulent instationnaire 3D

Partie1 : Étude d'un écoulement turbulent stationnaire

1- Réaliser un maillage 3D non-structuré de la jonction de deux conduites (Fig.4.4). Le maillage effectué avec des mailles tétraédriques (Nombres de nœuds 30 pour chaque segment du volume).

2- Étudier l'écoulement turbulent de l'air le long de la jonction en considérant :

   a. A l'entrée de la conduite principale : Re=6×10⁴ et une température T=350K.
   b. A l'entrée de la conduite secondaire : Re=2×10⁵ et une température T=300K.
   c. L'intensité turbulente est calculée suivant la formule [12]:

$$I = 0.227\, Re^{-0.100}$$

   d. Le modèle k–ε standard pour la modélisation de la turbulence,

3- Tracer les contours de la pression, du module de la vitesse, de la température et de l'énergie cinétique turbulente le long du plan central (x=0) de la jonction. Interpréter les résultats obtenus.

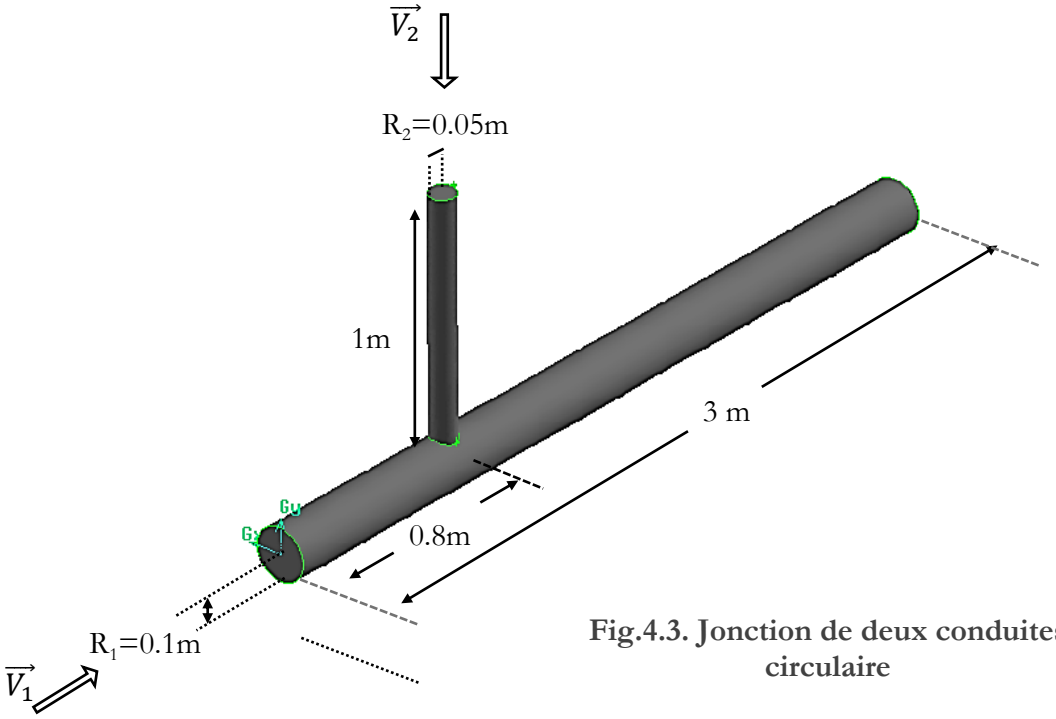


Fig.4.3. Jonction de deux conduites circulaire

Partie2 : Étude d'un écoulement turbulent instationnaire

Refaire l'étude en considérant un écoulement 3D instationnaire. Déterminer le pas de temps pour que le nombre de courant (CFL) soit :

$$C_L = \frac{v.\Delta t}{\Delta x} \approx 1$$

Pour ce pas de temps, visualiser les contours de la température pour chaque pas de temps le long du plan central (x=0) et tracer l'évolution temporelle de la température T=f(t) pour un point donné A(0, 0, 0.8). Interprétez les résultats obtenus.

TP.2-4 : Ecoulement de convection naturelle à l'intérieur d'une cavité carrée soumise à des conditions aux limites variables. (UDF- User Defined Function)

Considérons un écoulement d'air dans une cavité carrée ABDC fermée. Les dimensions et les températures des parois de la cavité sont données sur la Fig.4.5. Les parois verticales AB, BC et CD sont adiabatiques et la paroi inférieure AD est portée à une température variable : T(x). Les effets de la gravité ne sont pas négligeables et les propriétés du fluide varient suivant l'approximation de Boussinesq.

1. Simuler l'écoulement instationnaire (Δt=0. s) à l'intérieur de la cavité avec une précision de convergence de 10^{-6} pour toutes les variables, et un schéma d'interpolation PRESTO pour la pression et seconde ordre pour les autres variables.
2. Tracer l'évolution temporelle de la température point P(0.5, 0.01). A quel instant le régime stationnaire est t il atteint ?
3. Tracer le profil de la température le long de la paroi inférieure AD.
4. A t=30 s, représenter les isothermes, les lignes de courant, les contours de la vitesse axiale et horizontale. Interpréter les résultats obtenus.
5. Tracer le profil de la vitesse horizontale $V_x(y)$ et de la température T(y) pour x=5cm.
6. En fonction du temps, visualiser les contours de la température et des composantes de la vitesse le long de toute la surface.

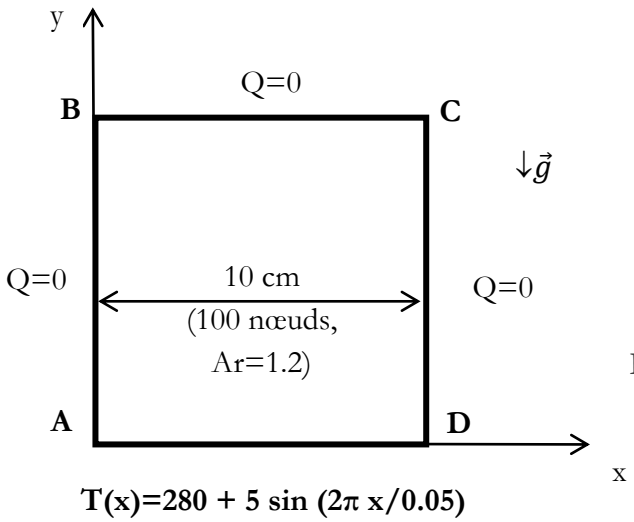


Figure.4.5. Cavité carrée

T(x)=280 + 5 sin (2π x/0.05)

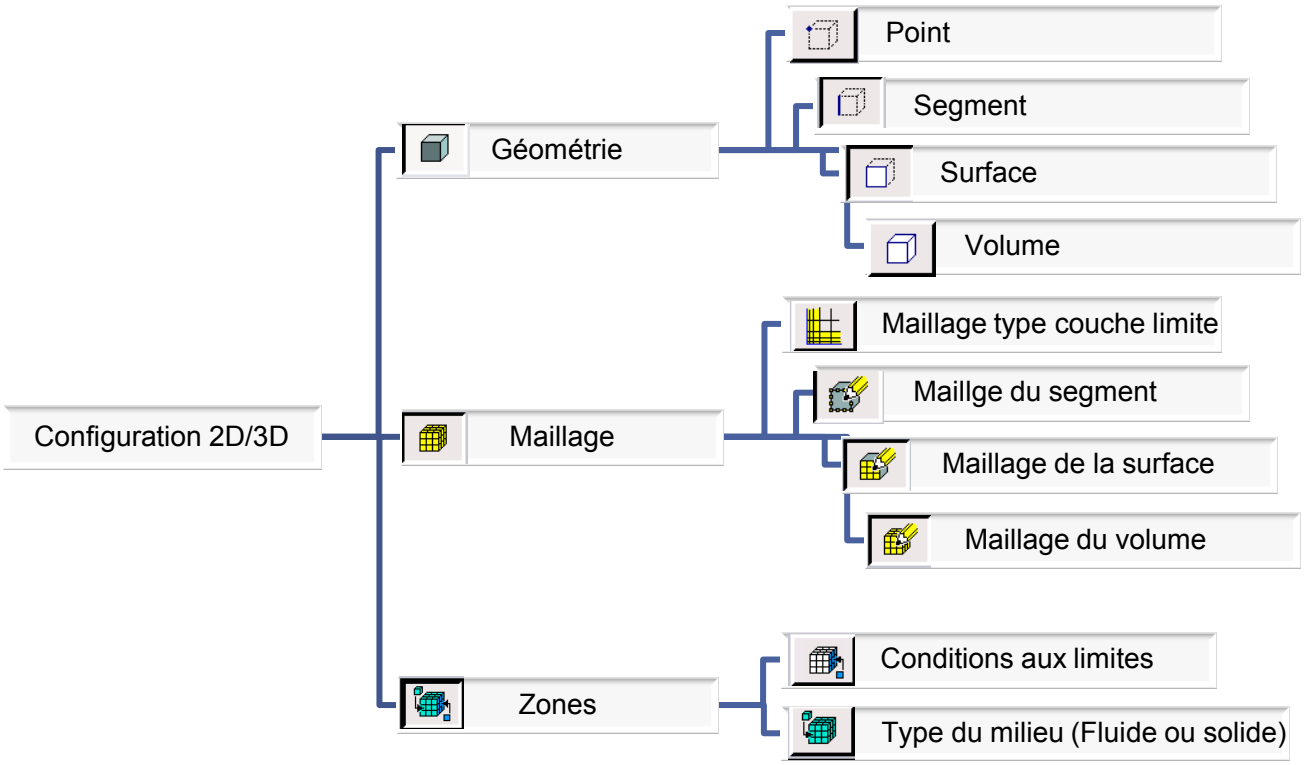
Programme UDF (User-Defined-Function) pour la température

```
#include "udf.h"
DEFINE_PROFILE(x_temperature,thread,position)
{
real y[ND_ND];
real  x;
face_t f;
begin_f_loop(f,thread)
{
F_CENTROID(y,f,thread);
x=y[0];
F_PROFILE(f,thread,position)=280.+5.*sin(2*3.14*x/0.05);
}
end_f_loop(f,thread)
}
```

Annexe1 : Maillage quadratique d'une conduite axisymétrique

Le logiciel Gambit® est conçu sous la forme d'une pyramide (Org.A.1), le principe du maillage est le suivant:

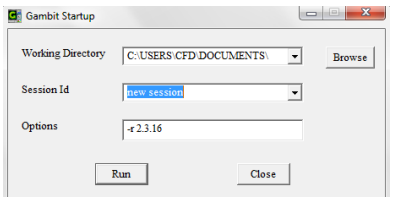
- **Créer une géométrie 2D ou 3D dans l'espace :**
  Point →segment→ surface→ volume :
- **Générer le maillage de la configuration :**
  maillage du segment →maillage de la surface →maillage du volume
- **Définir les conditions aux limites et le type du milieu.**



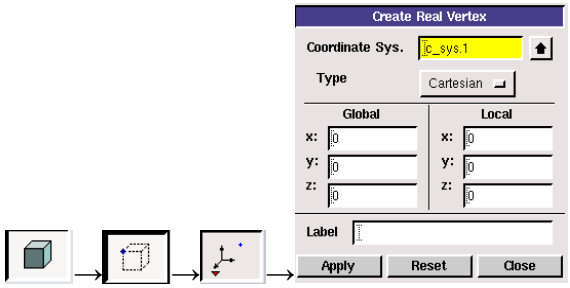
Org. A.1. Différentes étapes pour un maillage sur Gambit®.

Etapes du maillage dans le cas d'une conduite plane axisymétrique

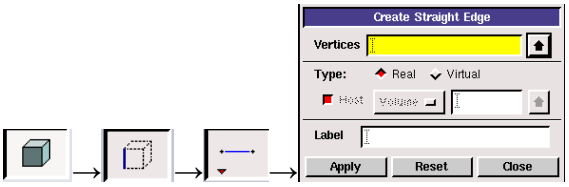
1- Démarrer Gambit® en sélectionnant le dossier de travail.



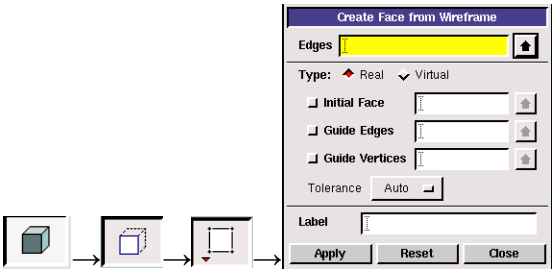
2- Créer les quatre points, en insérant leurs coordonnées respectives



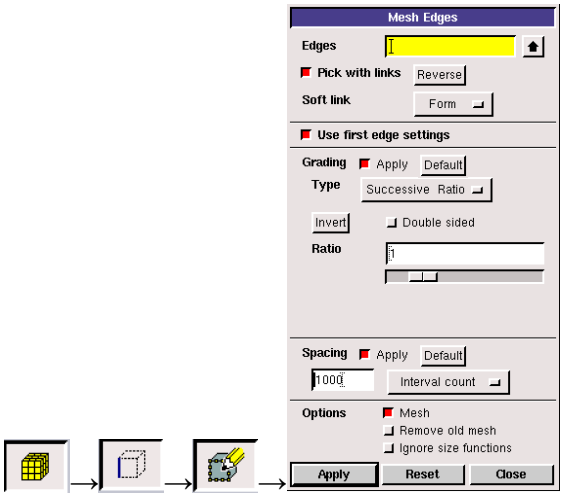
3- Relier les points par un segment réel en appuyant en même temps sur shift (↑) et sur les points considérés.

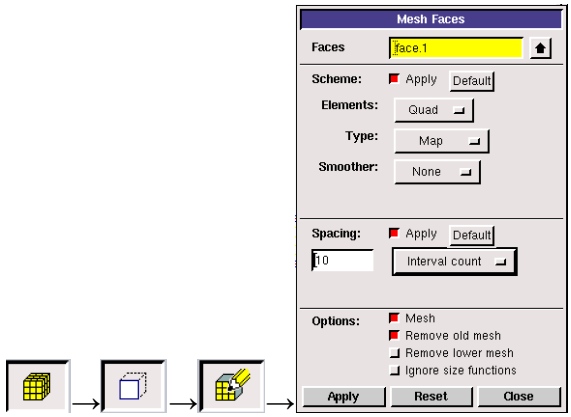
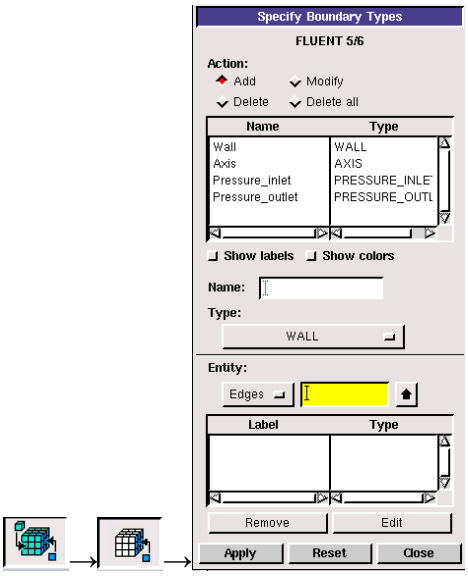


4- Créer la surface réelle en sélectionnant les quatre segments.



5- Maillage des segments suivant le pas et le rapport de forme considérés.



6- Maillage de la surface	
7- Définir les conditions aux limites	
8- Enregistrer le fichier en *.dbs (Format de Gambit)	File→ Save As…→ ID: mesh.dbs
9- Enregistrer le fichier en *.msh (Format de Fluent)	File→ Export → Mesh …→ File name: mesh.msh

10- Quelques fonctions pratiques		
		Effacer des éléments du maillage (Point, segment, maillage…)
		Informations sur les éléments du maillage (Point, segment, maillage…) :
		Recadrer la configuration dans la fenêtre de travail.
		Modifier l'orientation des axes
		Sélectionner les fenêtres suivant l'orientation des axes
		Annuler (Refaire) la dernière (la première) opération effectuée
		Examiner la qualité du maillage:

Annexe 2 : Simulation numérique de l'écoulement de Poiseuille d'un fluide newtonien incompressible

Etapes d'une simulation par Fluent\ANSYS® :

1- Pré-Simulation

Lecture du maillage

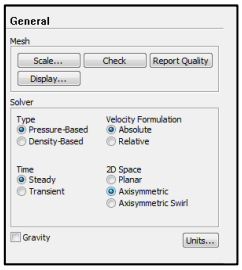
File → Read →Mesh

Vérifier le maillage

Mesh→ Check

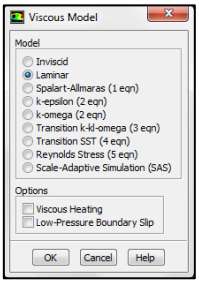
Définir un écoulement axisymétrique

Define→ General →2DSpace
→Axisymmetric



Définir un écoulement laminaire

Define→Models→Viscous→Laminar

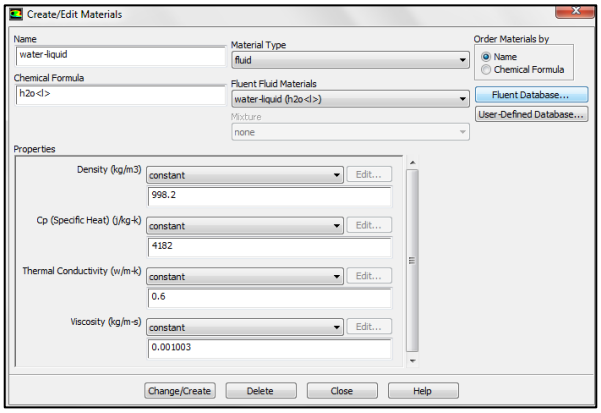


Définir les propriétés du fluide

Define→Materials→Fluid→ air

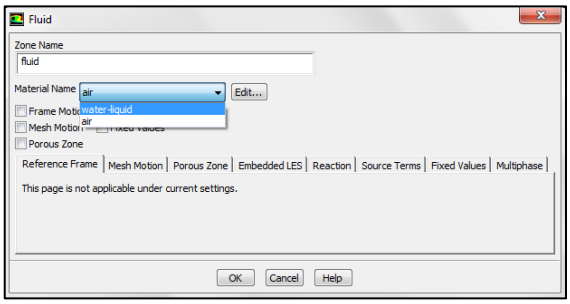
Importer les propriétés de l'eau (25°C) à partir de la base de données de Fluent®

Define → Materials → Create/Edit Materials
→Fluent Database … →Water-liquid → Copy



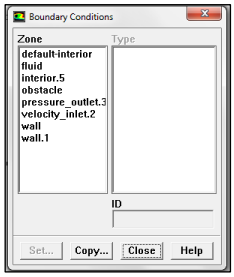
Changer le type de fluide

Define→Cell Zone conditions →Zone →
Fluid →Material name→Water-liquid



Définir les conditions aux limites

Define→Boundary conditions



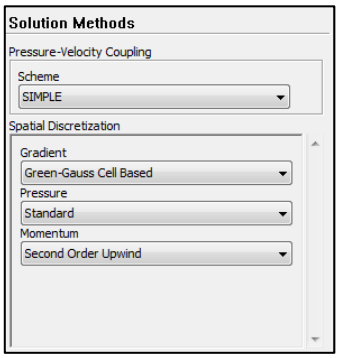
2- Simulation

Schémas numériques

Solve →Methods…

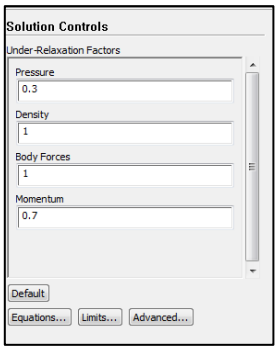
- Couplage Pression-Vitesse
  Schéma → SIMPLE

- Schémas de discrétisation et d'interpolation
  Gradients →Green-Gauss Cell Based
  Pression→ Standard
  Vitesse→Second Order Upwind



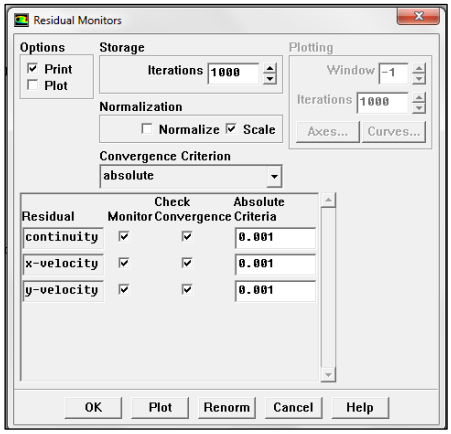
Facteurs de sous-relaxation

Solve →Controls…



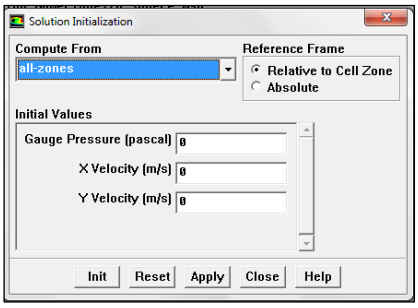
Contrôle des critères de convergence

Solve→Monitors…→



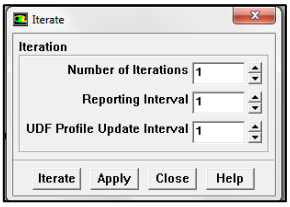
Initialiser les données

Solve → Initialize → Initialize



Lancer les calculs en stationnaire

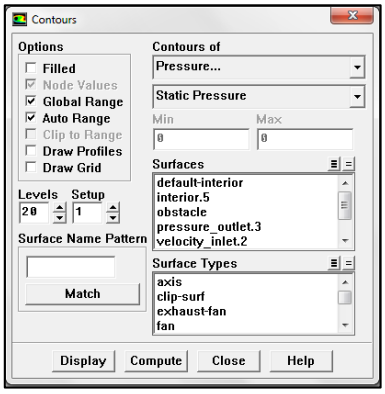
Solve→Iterate



3- Post-Simulation

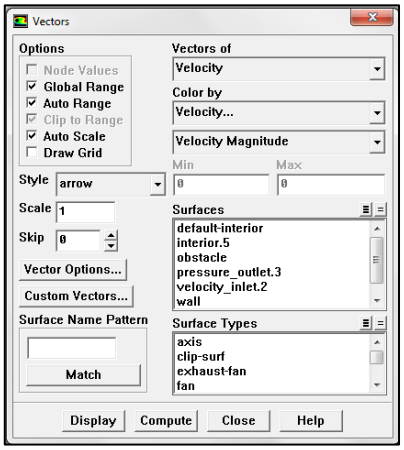
Tracer les contours des variables physiques

Display →Contours



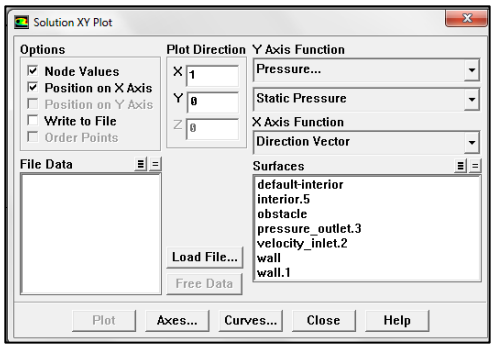
Tracer les contours des variables physiques

Display →Vectors



Tracer les courbes des variables physiques en fonction de la position

Plot →Plot XY



Références Bibliographiques:

[1] Casey, M., Wintergerste, T., ERCOFATC Special Interest Group on Quality and Trust in industrial CFD-Best Practice Guidlines, *Fluid Dynamics Laboratory Sulzer Innotec, 2000.*

[2] Cengel Y., Cimbala, J.M.,Fluid mechanics: Fundamentals and applications, *McGraw-Hill, Third edition, New York, 2014.*

[3] Documentation de ANSYS®

[4] Documentation Gambit.

[5] McDonald P.W., The computation of transonic flow though two-dimensional gas turbine cascades, Gas turbine conference and products show, *ASME paper, Houston, Texas, 1971.*

[6] Patankar S.V., Splanding D.B., A calculation procedure of heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, *Int. J. Heat Mass transfer, vol, 15. 1787-1806, 1980.*

[7] The Japan Society of Mechanical Engineers, Photograph collection of Flow, JPN: Maruzen Company, pp.2-5, 1992.

[8] Tu J., Yeoh G.H., Liu C., Computational fluid dyamics, A pratical approach, *Elsevier, USA, 2008.*

[9] Patankar S.V., Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere Publishing Corporation, Taylor & Francis Group, *New York, 1980.*

[10] Rizzi A.W. , Inuoye M., Time split finite volume method for 3D Blunt body flows, AIAA J., *Vol. 11, pp. 1478-1485, 1973.*

[11] Russo, F. and Basse, N.T., *"Scaling of turbulence intensity for low-speed flow in smooth pipes", Flow Meas. Instrum., vol. 52, pp. 101–114, 2016.*

[12] Versteeg, H.K., Malalasekera, W., An introduction to computational fluid dynamics- The finite volume method, *Prentice Hall, Pearson Education Ltd, England, 1995.*